Chapitre 1 : Généralités sur les fonctions

Vocabulaire

f : fontion, c'est-à-dire un procédé qui à un nombre x appartenant à un ensemble Df attribue un nombre noté f(x)
f(x) : c'est l'image de x par f, c'est donc un nombre.
Cf : La courbe représentative de f est l'ensemble des points M(x ;f(x)) dans un repère du plan.
Df : Ensemble de définition de f est l'ensemble des x qui ont une image par f (cette image est unique).

Mémo : $\sqrt{\text{TRUC}}$ existe ssi TRUC $\geq$ 0 et $\dfrac{1}{\text{MACHIN}}$ existe ssi MACHIN $\neq$ 0

Parité

f paire sur I ssi $\begin{cases} \text{I centré en 0} \\ \forall x \in I : f(-x) = f(x) \end{cases}$ alors Cf symétrique par rapport à (Oy)	f impaire sur I ssi $\begin{cases} \text{I centré en 0} \\ \forall x \in I : f(-x) = - f(x) \end{cases}$ alors Cf symétrique par rapport à l'origine

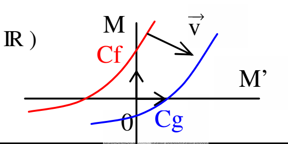
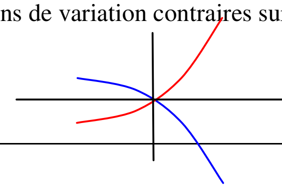
Périodicité : f définie sur $\mathbb{R}$ est périodique de période T (ou T-périodique) ssi pour tout réel x, f(x+T)=f(x)

Variations

f définie sur I est croissante sur I ssi pour tous réels $(a,b) \in I^2$: (a<b) implique f(a)<f(b) Il y a conservation de l'ORDRE pour les images.	f définie sur I est décroissante sur I ssi pour tous réels $(a,b) \in I^2$: (a<b) implique f(a)>f(b) Les images sont dans l'ORDRE CONTRAIRE.

Opérations sur les fonctions (seules les parties non grisées sont des compétences exigibles)

f définie sur un intervalle I, a un réel, et on se place dans R(O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) un repère orthonormé du plan.

	Courbe	variations
g : x ⟶ f(x) + b	Cg s'obtient à partir de Cf par translation de vecteur : $\mathbf{b.}\,\vec{j}$	f et (f + b) ont même sens de variation sur I
g : x ⟶ f(x + a) I = $\mathbb{R}$	Cg s'obtient à partir de Cf par translation de vecteur : $-\mathbf{a.}\,\vec{i}$	
Bilan **g (x) = f (x + a) + b** (où $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$)		alors : la courbe Cg est l'image de la courbe Cf par **la translation** de vecteur $\vec{v} = -a\,\vec{i} + b\,\vec{j}$
g : x ⟶ f(k.x) $k \in \mathbb{R}/\{0\}$ et I = $\mathbb{R}$	Cg s'obtient à partir de Cf par - étirement horizontal si 0<k<1 -contraction horizontale si k>1	
g : x ⟶ k.f(x) $k \in \mathbb{R}/\{0\}$	Cg s'obtient à partir de Cf par - contraction verticale si 0<k<1 - étirement vertical si k>1	- Si k>0, f et k.f ont même sens de variation sur I - si k<0, f et k.f ont des sens de variation contraires sur I
Cas particulier ou k = -1 g : x ⟶ - f(x)	Cg s'obtient à partir de Cf par symétrie par rapport à l'axe (Ox)	f et (-f) ont des sens de variation contraires sur I 
g : x ⟶ $\lvert f(x) \rvert$	Cg coïncide avec de Cf lorsque $f(x) \geq 0$, et si f(x) <0, Cg est la symétrique de Cf par rapport à l'axe (Ox)	
Si f et g sont définies sur I, Que dire de **(f+g)** ?		-Si f et g sont croissantes, (f+g) l'est aussi - Si f et g sont décroissantes, (f+g) l'est aussi. sinon on ne sait pas
on ne peut rien dire de général sur le **produit f.g** (ni sur le quotient f/g) (cf. les contre-exemples du cours, f(x)=x et g(x)=1/x)		

Cas de f o g

Définition : si f et g sont deux fonctions définies respectivement sur D' et D tel que pour tout réel x de D, g(x) appartient à D'.
La fonction composée g suivie de f, notée fog est la fonction définie sur D par (fog)(x) = f [g(x)]

Variations

g monotone (c.a.d. croissante ou décroissante) sur I et f monotone sur un intervalle J tel que pour tous réel x de I, $g(x) \in J$.

1. Si f et g ont même sens de variation, alors fog est croissante sur I
2. si f et g ont des sens de variation contraires, alors fog est décroissante sur I.