

Courbes de fonction associées

Objectif : Savoir transformer la courbe représentative d'une fonction f pour obtenir celle de « certaines » fonctions associées à f telles que :

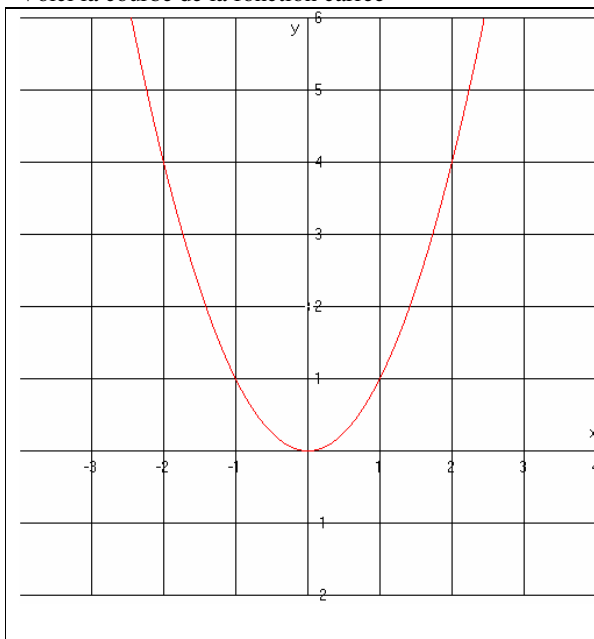
$x \rightarrow f(x) + a$; $x \rightarrow f(x + a)$; $x \rightarrow k.f(x)$; $x \rightarrow f(k.x)$; $x \rightarrow |f(x)|$

(a et k des réels fixés)

On ne soulèvera pas les problèmes d'ensemble de définitions, les fonctions seront définies sur l'ensemble des réels

1 – Courbe de : $x \rightarrow f(x) + a$

Voici la courbe de la fonction carrée



Tracer sur ce même graphique

-en bleu le graphe de la fonction g définie par $g(x) = f(x) + 2$

-et en vert celui de h définie par $h(x) = f(x) - 2$

Conjecture :

La courbe C_g semble être obtenue à partir de C_f par

.....

La courbe C_h semble être obtenue à partir de C_f par

.....

Démonstration (cas général) :

Soit g la fonction définie par $g(x) = f(x) + a$

Considérons les points $M(x ; f(x))$ de la courbe C_f et $M'(x ; g(x))$ de la courbe C_g .

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MM'}$ sont : $\overrightarrow{MM'}$ (..... ;.....).

De ce fait M' se déduit de M par

.....

Conclusion : Avec $g(x) = f(x) + a$

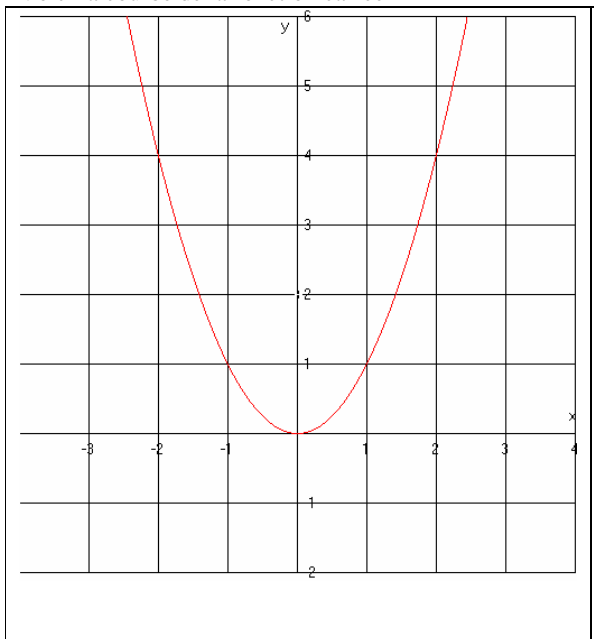
On obtient C_g à partir de C_f par la

- Soit un déplacementvers..... lorsque.....

- Soit un déplacementvers..... lorsque.....

2 – Courbe de : $x \rightarrow f(x + a)$

Voici la courbe de la fonction carrée



Tracer sur ce même graphique

-en bleu le graphe de la fonction g définie par $g(x) = f(x + 2)$

-et en vert celui de h définie par $h(x) = f(x - 2)$

Conjecture :

La courbe C_g semble être obtenue à partir de C_f par

.....

La courbe C_h semble être obtenue à partir de C_f par

.....

Démonstration (cas général) :

Soit g la fonction définie par $g(x) = f(x + a)$

Considérons les points $M(x ; f(x))$ de la courbe C_f et $M'(x - a ; g(x - a))$ de la courbe C_g .

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MM'}$ sont : $\overrightarrow{MM'}$ (..... ;.....).

De ce fait M' se déduit de M par

.....

Conclusion : Avec $g(x) = f(x + a)$

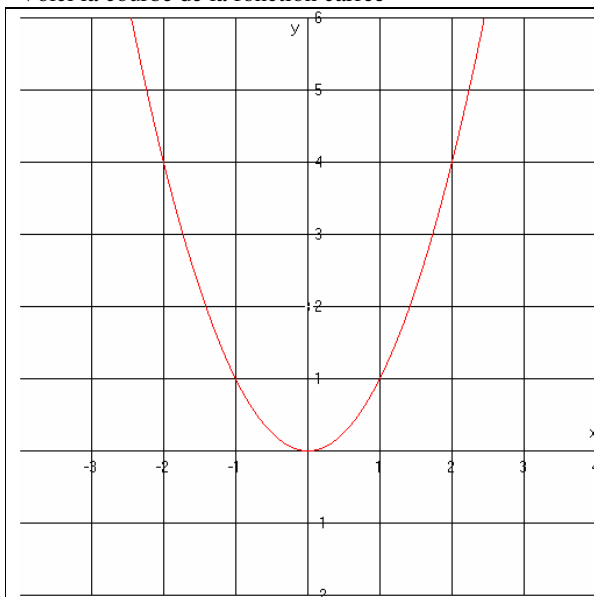
On obtient C_g à partir de C_f par la

- Soit un déplacementvers..... lorsque.....

- Soit un déplacementvers..... lorsque.....

3 – Courbe de : $x \rightarrow f(k.x)$: avec $k > 0$

Voici la courbe de la fonction carrée



Tracer sur ce même graphique
 -en bleu le graphe de la fonction g définie par $g(x) = f(2x)$
 -et en vert celui de h définie par $h(x) = f(x/2)$

Conjecture :
 La courbe Cg semble être obtenue à partir de Cf par

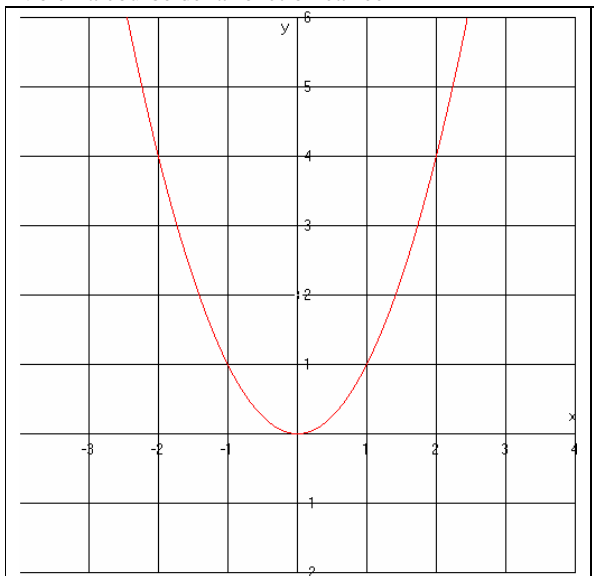
 La courbe Ch semble être obtenue à partir de Cf par

Démonstration (cas général) :
 Soit g la fonction définie par $g(x) = f(k.x)$ avec $k > 0$
 Considérons les points $M(x ; f(x))$ de la courbe Cf et $M'(x ; g(x))$ de la courbe Cg.
 Si $M(x,y)$ appartient à Cf alors le point $M'(\dots\dots ; y)$ appartient à Cg et réciproquement.

Conclusion : Avec $g(x) = f(k.x)$ avec $k > 0$
 On obtient Cg à partir de Cf par :
 - Un étirement de Cf lorsque.....
 - Une contraction de Cf lorsque.....

4 – Courbe de : $x \rightarrow k.f(x)$

Voici la courbe de la fonction carrée



Tracer sur ce même graphique
 -en bleu le graphe de la fonction g définie par $g(x) = 3f(x)$
 -et en vert celui de h définie par $h(x) = f(x)/2$

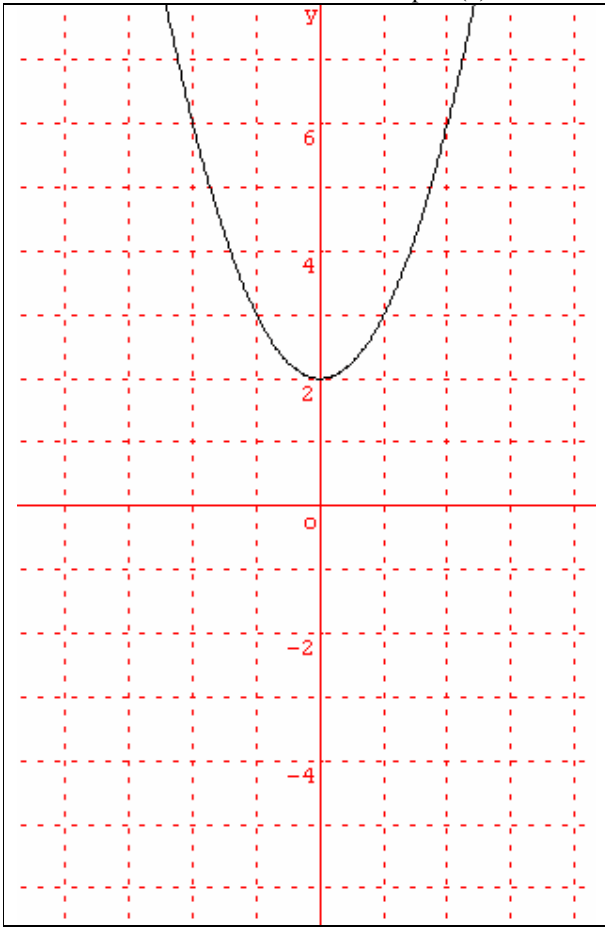
Conjecture :
 La courbe Cg semble être obtenue à partir de Cf par

 La courbe Ch semble être obtenue à partir de Cf par

Conclusion : Avec $g(x) = k.f(x)$ avec $k > 0$
 On obtient Cg à partir de Cf par :
 - Un étirement de Cf lorsque.....
 - Une contraction de Cf lorsque.....

5 – Courbe de : $x \rightarrow -f(x)$

Voici la courbe de la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 2$



Tracer sur ce même graphique
-en bleu le graphe de la fonction g définie par $g(x) = -f(x)$

Conjecture :
La courbe C_g semble être obtenue à partir de C_f par

.....

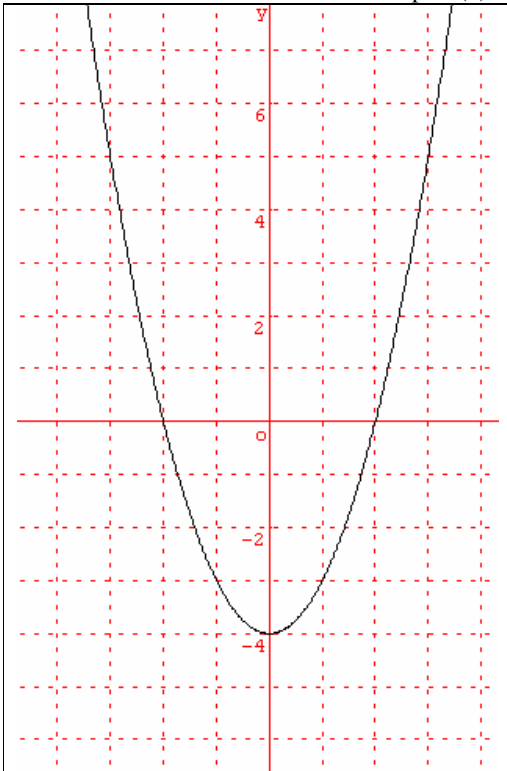
Démonstration (cas général) :
Soit g la fonction définie par $g(x) = -f(x)$
Considérons les points $M(x ; f(x))$ de la courbe C_f et $M'(x ; g(x))$ de la courbe C_g .
Si $M(x, f(x))$ appartient à C_f alors le point $M'(\dots ; \dots)$
appartient à C_g et donc M et M' sont.....

.....

Conclusion : Avec $g(x) = -f(x)$
On obtient C_g à partir de C_f par :

6 – Courbe de : $x \rightarrow |f(x)|$

Voici la courbe de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 4$



Tracer sur ce même graphique
-en bleu le graphe de la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$

Conjecture :
Comment la courbe C_g semble être obtenue à partir de C_f par

.....

Démonstration (cas général) :
Soit g la fonction définie par $g(x) = |f(x)|$
Considérons les points $M(x ; f(x))$ de la courbe C_f et $M'(x ; g(x))$ de la courbe C_g .

Si $M(x, f(x))$ appartient à C_f alors deux cas se présentent :

Soit $f(x)$ estet le point $M'(\dots ; \dots)$

Soit $f(x)$ estet le point $M'(\dots ; \dots)$

Conclusion : Avec $g(x) = |f(x)|$

On obtient C_g à partir de C_f :