Interrogation de T.D. n°2 : IPSA. <u>Maths Spé</u> $\boxed{1}$

Nom :

Exercice 1.

En utilisant le changement de variable $u = x + y$ et $v = x - y$, trouver toutes les fonctions f de classe C^1 sur $\mathbb{R}^2$ vérifiant pour tout point (x, y) du plan :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) : (E)$$

Exercice 2.

Calculer l'intégrale curviligne suivante, définie sur Γ.

$I = \int_{\Gamma} xydx + ydy$ avec Γ l'arc AB du cercle $\mathcal{C}(O\,;2)$ avec A(2 ;0) et B(0 ;2)

Exercice 3.

Soit

$$\mathrm{K} = \iint_D \frac{xy}{1 + x^2 + y^2}\, dxdy$$

sur

$$D = \{(x; y) \in [0; 1]^2 \ et \ x^2 + y^2 \geq 1\}$$

Montrer que $\boxed{\boldsymbol{K = \frac{3}{4} ln\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{4}}}$

Interrogation de T.D. n°2 : IPSA. Maths Spé $\boxed{2}$

Nom :

Exercice 1.

1. En utilisant le changement de variable $u = 5x + 3y$ et $v = x - y$, trouver toutes les fonctions f de classe C^1 sur $\mathbb{R}^2$ vérifiant pour tout point (x, y) du plan :

$$3\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) - 5\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 0 : (E)$$

Exercice 2.

Calculer l'intégrale curviligne suivante, définie sur Γ.

$\boldsymbol{I = \int_\Gamma y^2 dx + x^2 dy}$ **sur Γ l'arc de parabole $2y^2 = x + 1$ qui joint A(1 ;1) à B(-1 ;0)**

Exercice 3.

Soit

$A_1 = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 \ tels \ que \ x \geq 1 \ et \ x^2 + y^2 \leq 2\}$

A_2 le triangle de sommets O(0 ;0), A(1 ;1) et B(1 ;-1)

$A_3 = A_1 \cup A_2$

1. Calculer $I_{A_2} = \iint_{A_2} (x^2 - y)\ dxdy$
2. Calculer $I_{A_3} = \iint_{A_3} (x^2 - y)\ dxdy$
3. En déduire que : $\boxed{I_{A_1} = \iint_{A_1} (x^2 - y)\ dxdy = \frac{\pi}{4}}$