ELEMENTs DE CORRECTION DU BAC Es 2011

Exercice 1

1. Premier ajustement
   a) $y = -2,89 \times 12 + 102,59 = 67,91$
   En 2012, avec cet ajustement, l'indice de fréquence sera de 67,91.
   b) $\dfrac{67,91 - 84}{84} \times 100 \approx -19,15$.
   Le pourcentage d'évolution entre 2007 et 212 est une baisse de -19,15%.

2. Deuxième ajustement
   a)

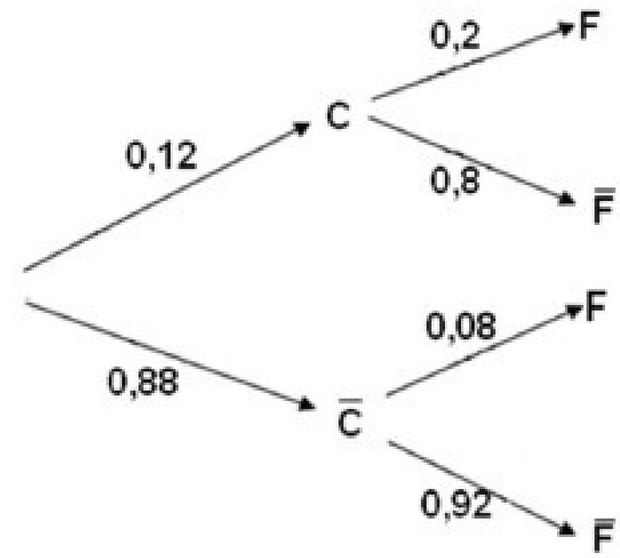
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_i = \ln y_i$	4,608	4,594	4,517	4,494	4,473	4,447	4,431	4,381	4,331

   b) A l'aide de la calculatrice, on obtient $z = -0,0328x + 4,6389$
   c) $z = -0,0328x + 4,6389 \Leftrightarrow \ln y = -0,0328x + 4,6389 \Leftrightarrow y = e^{-0,0328x+4,6389} \Leftrightarrow y = e^{-0,0328x} \times e^{4,6389}$
   $\Leftrightarrow y = Ke^{-0,0328x}$ avec $K \approx 103,4$.

3. Non avec le 1er ajustement car il y a une baisse de 19,15% (déjà vu).
   En 2012, l'estimation avec le 2ème ajustement est 69,8. $\dfrac{69,8 - 84}{84} \times 100 \approx -16,9$.
   Donc non aussi avec le 2ème ajustement car il y a une baisse de 16,9%.

Exercice 2

1. Voir ci-contre



2. a) $P(C \cap F) = P(C) \times P_C(F) = \dfrac{12}{100} \times \dfrac{2}{10} = \dfrac{3}{125}$.

   b) $P(F) = P(C \cap F) + P\left(\overline{C} \cap F\right) = \dfrac{3}{125} + \dfrac{88}{100} \times \dfrac{8}{100} = \dfrac{59}{625}$.

   c) $P(C) \times P(F) = \dfrac{12}{100} \times \dfrac{59}{625} = \dfrac{177}{15625} \neq \dfrac{3}{125}$. Donc C et F sont indépendants.

3. $P\left(\overline{C} \cap \overline{F}\right) = \dfrac{88}{100} \times \dfrac{92}{100} = \dfrac{506}{625} \neq \dfrac{92}{100}$. Donc l'affirmation est incorrecte.

4. On répète 3 fois une expérience aléatoire ayant deux issues (succès et défaut) de façon indépendante. On a donc une loi binomiale $\mathscr{B}(3\ ;\ 0{,}8096)$. La probabilité recherchée est donc $\left(\dfrac{506}{625}\right)^3 \approx 0{,}531$.

Exercice 3

1. f est de la forme e^u avec $u(x) = -2x+1$. Donc $f' = u'e^u$, soit $f'(x) = -2e^{-2x+1}$. Donc réponse C.
2. a) Faux car l'intégrale serait négative car $f(x)$ l'est sur $[-5\ ;\ 2]$.

   b) Vrai : une entre 2 et 8, et une autre en 12.

   c) Faux : $g(8) = 1$.
3. a) Faux car la tangente n'est pas horizontale.

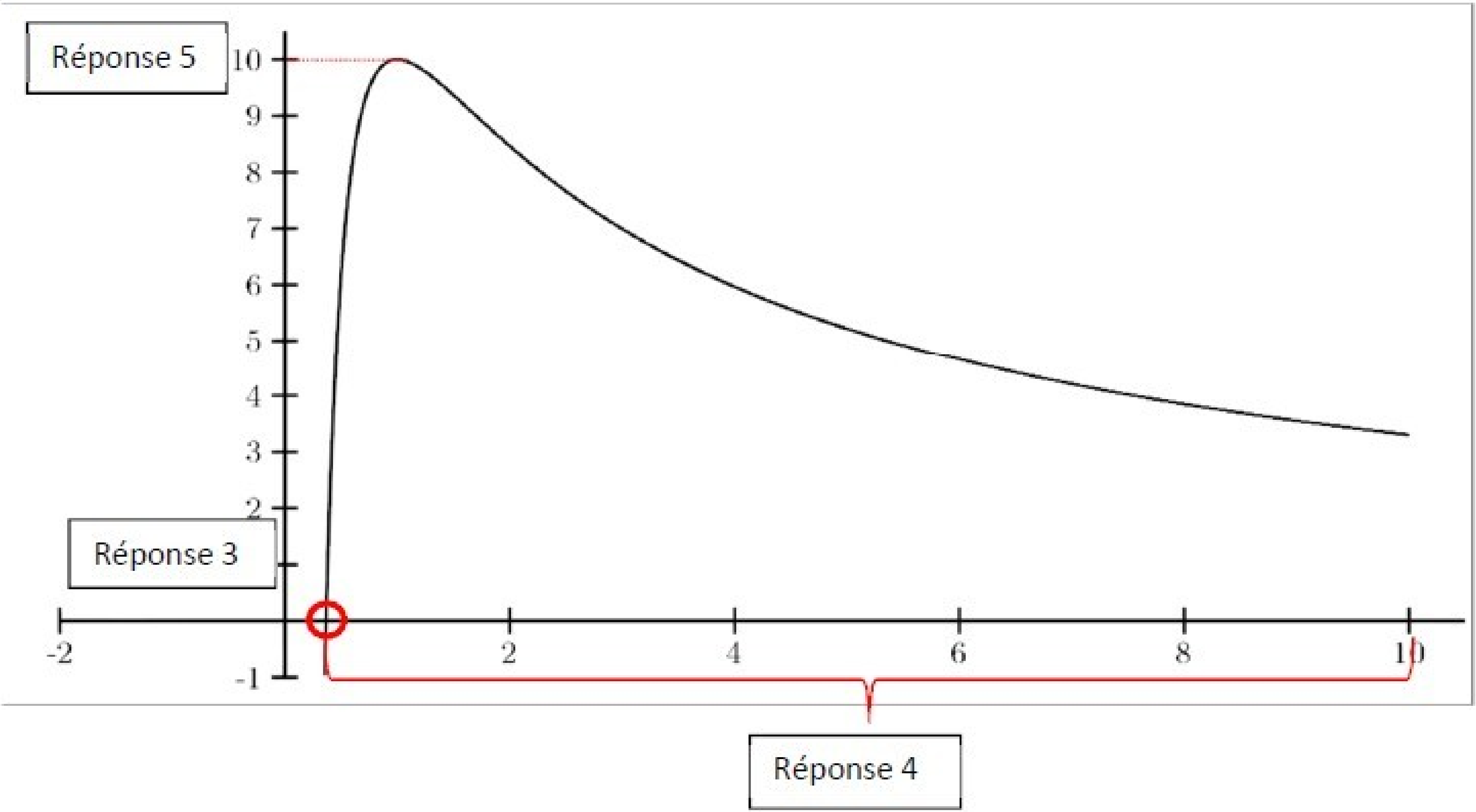
   b) Vrai car le coefficient directeur de la tangente (AB) est $\dfrac{3}{2} = 1{,}5$.

   c) Faux car la tangente n'est pas descendante.
4. $h(x) < 0$ sur $]0\ ;\ 1[\cup]\alpha\ ;\ +\infty[$ avec $2{,}5 < \alpha < 3$ et $h(x) > 0$ sur $]1\ ;\ \alpha[$. Donc H, la primitive de h, doit être décroissante sur $]0\ ;\ 1[$ et $]\alpha\ ;\ +\infty[$; et croissante sur $]1\ ;\ \alpha[$.

C'est donc la courbe a.

Exercice 4

1. a)



b) $B(x)=0 \Leftrightarrow 10\times\left(\dfrac{1+\ln x}{x}\right)=0 \Leftrightarrow \dfrac{1+\ln x}{x}=0.$

on est sur $[0{,}1 ; 10]$, donc $1+\ln x=0 \Leftrightarrow \ln x=-1 \Leftrightarrow x=e^{-1}$.

Pour être rigoureux, il fallait résoudre l'équation $B(x)=0$ et non simplement vérifier que $B(e^{-1})=0$.

Lorsque l'entreprise fabrique e^{-1} milliers d'objets, il n'y a ni bénéfice, ni perte.

2. a) F est dérivable sur $[0{,}1 ; 10]$. F est de la forme $u\times v$ avec $u(x)=5\ln x$ et $v(x)=\ln x+2$.

   $u'(x)=\dfrac{5}{x}$ et $v'(x)=\dfrac{1}{x}$.

   Ainsi $F'(x)=\dfrac{5}{x}(\ln x+2)+5\ln x\times\dfrac{1}{x}=\dfrac{5}{x}(\ln x+2+\ln x)=\dfrac{10}{x}\times(\ln x+1)=10\times\dfrac{1+\ln x}{x}=B(x)$

   Ainsi, F est bien une primitive de B sur $[0{,}1 ; 10]$.

   c) $\int_{0{,}5}^{1{,}5} B(x)\mathrm{d}x=[F(x)]_{0{,}5}^{1{,}5}=5\ln(1{,}5)(\ln 1{,}5+2)-5\ln(0{,}5)(\ln 0{,}5+2)\approx 9{,}406.$

3. Le bénéfice est maximale lorsque $B'(x)=0$ sur $[0{,}1 ; 10]$.

   Calculons $B'(x)$:

   B est dérivable sur $[0{,}1 ; 10]$. B est de la forme $10\times\dfrac{u}{v}$ avec $u(x)=1+\ln x$ et $v(x)=x$.

   $u'(x)=\dfrac{1}{x}$ et $v'(x)=1$.

   $$B'(x)=10\times\frac{\frac{1}{x}\times x-(1+\ln x)\times 1}{x^2}=10\times\frac{1-1-\ln x}{x^2}=-\frac{10\ln x}{x^2}$$

   Résolvons maintenant $B'(x)=0$:

   $\dfrac{-10\ln x}{x^2}=0 \Leftrightarrow \dfrac{\ln x}{x^2}=0 \Leftrightarrow \ln x=0 \Leftrightarrow x=1.$

   Donc pour 1 millier, soit 1000 objets, le bénéfice est maximal.