

Racines carrées

Définition :

a étant **un nombre positif ou nul** ($a \in \mathbb{R}_+$),

\sqrt{a} est le nombre positif (ou nul) qui élevé au carré donne a.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$$

Règles :

$$\forall a \in \mathbb{R}_+ \text{ et } \forall b \in \mathbb{R}_+ \quad \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\text{et donc } \sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ avec } b \neq 0$$



$$\sqrt{1+\sqrt{1}} = 1+1 = 2 \text{ mais } \sqrt{1+1} = \sqrt{2}\sqrt{1+1} \neq \sqrt{1+\sqrt{1}}$$

Application : Pour supprimer les radicaux au dénominateur :

$$\square \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$$

$$\square \text{ Quantité conjuguée : } \frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{5}) \times (2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3}) \times (2+\sqrt{3})} = \frac{4+2\sqrt{3}+2\sqrt{5}+\sqrt{5}\sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{4+2\sqrt{3}+2\sqrt{5}+\sqrt{15}}{1}$$

Puissances

Définition :

a étant **un nombre non nul** ($a \in \mathbb{R}^*$) et n un entier non nul ($n \in \mathbb{N}^*$)

La puissance n de a est le produit : $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$ (avec n facteurs)

n est l'exposant.

Règles :

Par convention $a^0 = 1$; $a^1 = a$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$\square \text{ Pour n et p entiers relatifs : } a^n \times a^p = a^{n+p} ; (a^n)^p = a^{np} ; \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\square \text{ Pour a et b des nombres non nuls et n entier relatif : } (a \times b)^n = a^n \times b^n ; \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Remarques

$$\square \text{ Puissances de 10 : } 10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0,000\,01$$

(5 zéros)

$$\square \text{ Notation scientifique : } \boxed{\text{nombre entre 1 et 10 exclu}} \times 10^n$$

$$\text{Exemples : } 0,123 = 1,23 \times 10^{-1} ; \quad 12\,053 = 1,2053 \times 10^4 ; \quad 0,00012 = 1,2 \times 10^{-4}$$



Attention, ne pas confondre :

$(-2)^4$ et -2^4 : $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$ et $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$
de même, $(-\xi)^2 \neq -\xi^2$ (sauf pour $\xi=0$)

exemples :

$$A = 3^{n+1} = 3^n \times 3^1 = 3 \times 3^n$$

$$B = \frac{10^n \times 7^2}{5^n \times 7^5 \times 2^{2n}} = \frac{(2 \times 5)^n \times 7^2}{5^n \times 2^n \times 7^5} = \frac{2^n \times 5^n \times 7^2}{2^n \times 5^n \times 7^5} = \frac{1}{7^3} \quad \text{ou} \quad 7^{-3}$$

$$C = 5^{2n-2} = 5^{2n} \times 5^{-2} = \frac{5^{2n}}{5^2}$$