D.S. n°2	Mathématiques - CORRECTION	TES Spé. Maths.
Chap.1 : Graphes	Graphes	*Mardi 23 novembre 2004*

EXERCICE 1

1. Ordre du graphe et degré de ses sommets
Le graphe comporte sept sommets, il est **d'ordre sept.**
Il y a deux sommets de degré 2 : les sommets D et G.
Il y a quatre sommets de degré 3 : les sommets A, B, C, F.
Il y a un sommet de degré 4 : le sommet E.

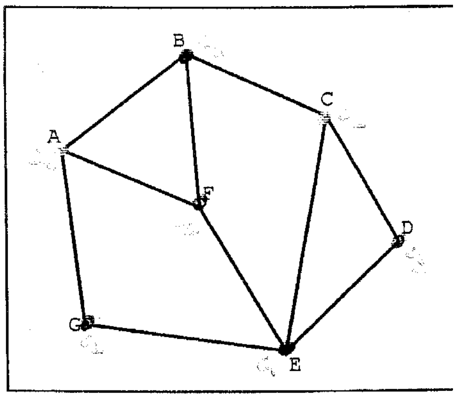
2. Tableau des distances entre deux sommets du graphe

Distance	A	B	C	D	E	F	G
A	X	1	2	3	2	1	1
B	X	X	1	2	2	1	2
C	X	X	X	1	1	2	2
D	X	X	X	X	1	2	2
E	X	X	X	X	X	1	1
F	X	X	X	X	X	X	2
G	X	X	X	X	X	X	X

Le diamètre du graphe est la plus grande distance entre deux sommets. D'après le tableau ci-dessus la plus grande distance obtenue est 3. **Le diamètre du graphe est donc 3.**

3. a. Sous graphe complet d'ordre trois
Il y en a deux : A, B, F et C, E, D.
Le nombre chromatique χ **est donc supérieur ou égal à 3.**

b. Coloration du graphe
Considérons le sommet de degré le plus élevé soit le sommet E et attribuons à E la couleur n° 1. Les sommets G, F et C sont adjacents à E et non adjacents entre eux, on leur attribue la couleur n° 2. Le sommet D étant adjacent à E et à F ne peut pas être coloré en couleur n° 1 ou n° 2. On lui attribue la couleur n° 3. Le sommet A est adjacent à G et F, on peut lui attribuer la couleur n° 1 et B étant adjacent à A, F et C peut prendre la couleur n° 3.
Il suffit de trois couleurs pour colorer le graphe. Le nombre chromatique est donc inférieur ou égal à 3. D'après **a.**, on déduit que **le nombre chromatique est égal à 3.**



4. Matrice associée au graphe
On numérote les sommets de 1 à 7 par ordre alphabétique. La matrice M comporte sept lignes et sept colonnes. Le terme a_{ij} de cette matrice situé à la i^e ligne et j^e colonne est égal à 1 si l'arête reliant les sommets numéros i et j existe et à 0 sinon.

5. Nombre de chaînes de longueur 2 partant de A sans y revenir
Le coefficient a_{ij} de la matrice M^2 indique le nombre de chaînes de longueur 2 reliant le sommet i au sommet j.
Les coefficients de la première ligne de la matrice M^2 indiquent le nombre de chaînes reliant A à l'un des sept sommets.
On élimine le premier coefficient qui indique qu'il y 3 chaînes de longueur 2 reliant A à A.
La somme de six autres coefficients soit $1+1+0+2+1+0$ donne le nombre de chaînes de longueur 2 partant de A sans y revenir.
Il y a 5 chaînes de longueur 2 partant de A sans y revenir.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$