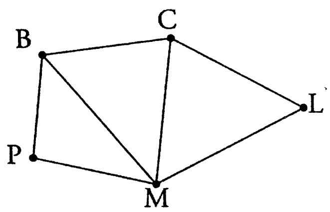
D.S. n°2	Mathématiques - CORRECTION	TES Spé. Maths.
Chap.1 : Graphes	Graphes	*Mardi 23 novembre 2004*

EXERCICE 2

1. Graphe représentant les principales rues



	B	C	L	M	P
B		X		X	X
C	X		X	X	
L		X		X	
M	X	X	X		X
P	X			X	

2. Trajet empruntant une fois et une seule toutes les rues de ce plan

Il s'agit de trouver une chaîne eulérienne. Or le graphe comporte exactement deux sommets de degré impair : C et B sont de degré 3, tous les autres sommets sont de degré pair.

Donc d'après le théorème d'Euler, **il existe une chaîne eulérienne d'extrémités B et C** ; par exemple la chaîne BPMBCMLC.

Par contre, d'après le théorème d'Euler, puisque tous les sommets ne sont pas de degré pair, **il n'existe pas de cycle eulérien**, donc il n'existe pas de trajet partant et arrivant au même lieu et passant une fois et une seule par toutes les rues.

3. Trajet le plus court

Pour déterminer le trajet le plus court, on utilise l'algorithme de Dijkstra, qui détermine la chaîne « de poids minimum ».

D	B	C	L	M	P	Sommet sélectionné
0	∞	∞	∞	∞	∞	D
	9D	5D	11D	∞	∞	C
	8C		9C	14C	∞	B
			9C	13B	18B	L
				13B	18B	M
					17M	P

Le trajet le plus court s'obtient en repérant dans la colonne P le point inscrit le plus bas c'est-à-dire M puis dans la colonne M le point inscrit le plus bas, soit B, et ainsi de suite.

Le trajet le plus court est **D–C–B–M–P**. Le temps mis à parcourir ce trajet est **17**.