SESSION 2005

Diplôme National du Brevet

Corrigé

Série Collège

L'usage de la calculatrice est autorisé

Le candidat remettra sa copie au surveillant à la fin de l'épreuve

Nature de l'épreuve : écrite   Coefficient :2
Durée de l'épreuve 2 heures   Notation sur 40 points

En plus des 36 points du barème, 4 points sont réservés à la rédaction et à la présentation.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Le sujet comporte 4 pages, numérotées de 1 à 4 + 1 feuille de papier millimétré.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1 :

1. $A=\dfrac{\dfrac{4}{3}+\dfrac{3}{10}}{\dfrac{5}{2}-\dfrac{2}{5}}=\dfrac{\dfrac{40}{30}+\dfrac{9}{30}}{\dfrac{25}{10}-\dfrac{4}{10}}=\dfrac{\dfrac{49}{30}}{\dfrac{21}{10}}=\dfrac{49}{30}\times\dfrac{10}{21}=\dfrac{7\times7\times10}{3\times10\times7\times3}=\dfrac{7}{9}$

2. $B=5^3-\left(2^4+7,5\right)^2=125-\left(16+7,5\right)^2=125-23,5^2=125-552,25=-427,75$

3. $C=\left(3-4\sqrt{5}\right)\left(3+4\sqrt{5}\right)=3^2-\left(4\sqrt{5}\right)^2=9-16\times5=9-80=-71$

Exercice 2 :

1. Calculons le pgcd des deux nombres 1540 et 693 par la méthode de l'algorithme d'Euclide

   $1540=693\times2+154$

   $693=154\times4+77$

   $154=77\times2+0$

   Le dernier reste non nul est 77, c'est donc leur pgcd, comme il est différent de 1, les deux nombres ne sont pas premiers entre-eux.
2. $\dfrac{1540}{693}=\dfrac{20\times77}{9\times77}=\dfrac{20}{9}$

Exercice 3 :

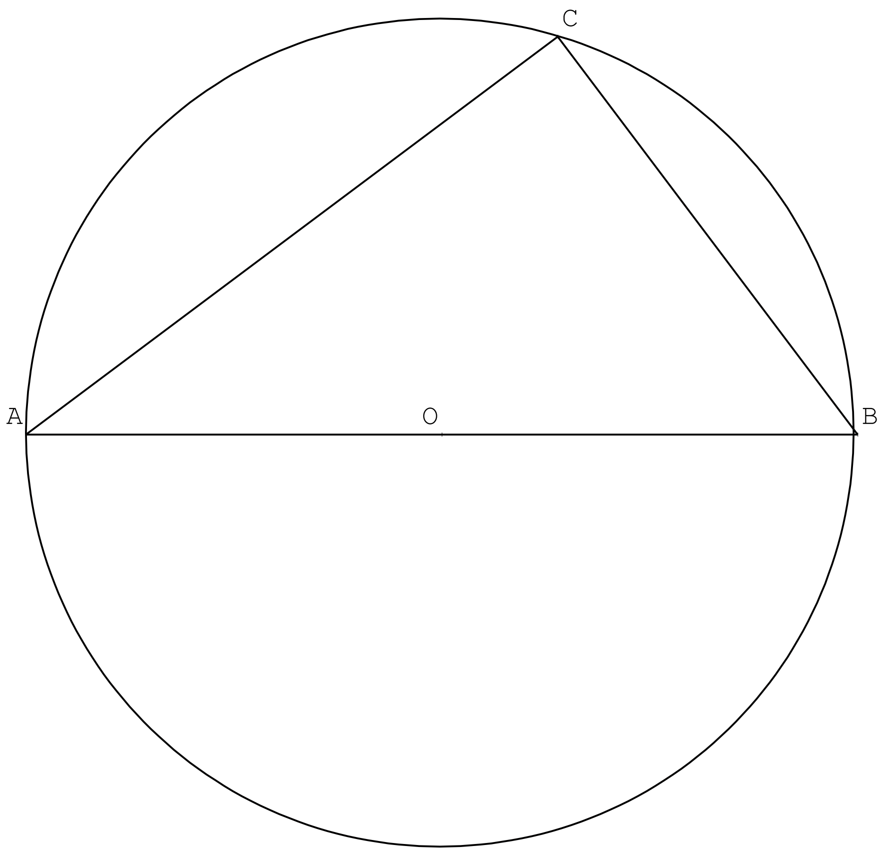
1. Pour déterminé le nombre N, posons l'équation : $14+N+55+20+9=150$, on en déduit que $N=52$
2. Les élèves ayant obtenus au moins de 24 sont ceux qui ont entre 24 et 32 et entre 32 et 40 : $20+9=29$
3. Ceux qui ont eu moins de 24 sont les élèves qui n'ont pas eu plus de 24 soit :

   $150-29=121$. Cela représente un pourcentage de : $\dfrac{121}{150}\times100=80,6$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1 :

a)



b) Le cercle circonscrit au triangle ABC admet l'un de ses côtés {[AB]} pour diamètre, le triangle ABC est donc rectangle en C.

c) Dans le triangle ABC le théorème de Pythagore s'écrit :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$AC^2 = 11^2 - 6,6^2$$

$$AC^2 = 121 - 43,56$$

$$AB^2 = 77,44$$

$$AB = \sqrt{77,44}$$

$$AB = 8,8 \text{ cm}$$

d) dans le triangle ABC rectangle en C, on peut écrire :

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{\text{longueur du coté opposé}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{6{,}6}{11}$$

$$\widehat{BAC} = 37°$$

Exercice 2 :

a) On a A sur (TC), A sur (RB) et les droites (BC) et (RT) sont parallèles, le théorème de Thalès permet d'écrire : $\frac{AT}{AC} = \frac{AR}{AB} = \frac{TR}{BC}$ d'où $AT = \frac{AR \times AC}{AB}$ $AT = \frac{4{,}5 \times 7{,}2}{6} = 5{,}4$ cm

$TR = \frac{AR \times BC}{AB} = \frac{4{,}5 \times 10}{6} = 7{,}5$ cm.

Les points A, B et E sont alignés dans cet ordre donc on a $AE = AB + BE = 6 + 2 = 8$ cm

b) A, B et E d'une part et A, T et C d'autre part sont alignés dans ce même ordre,

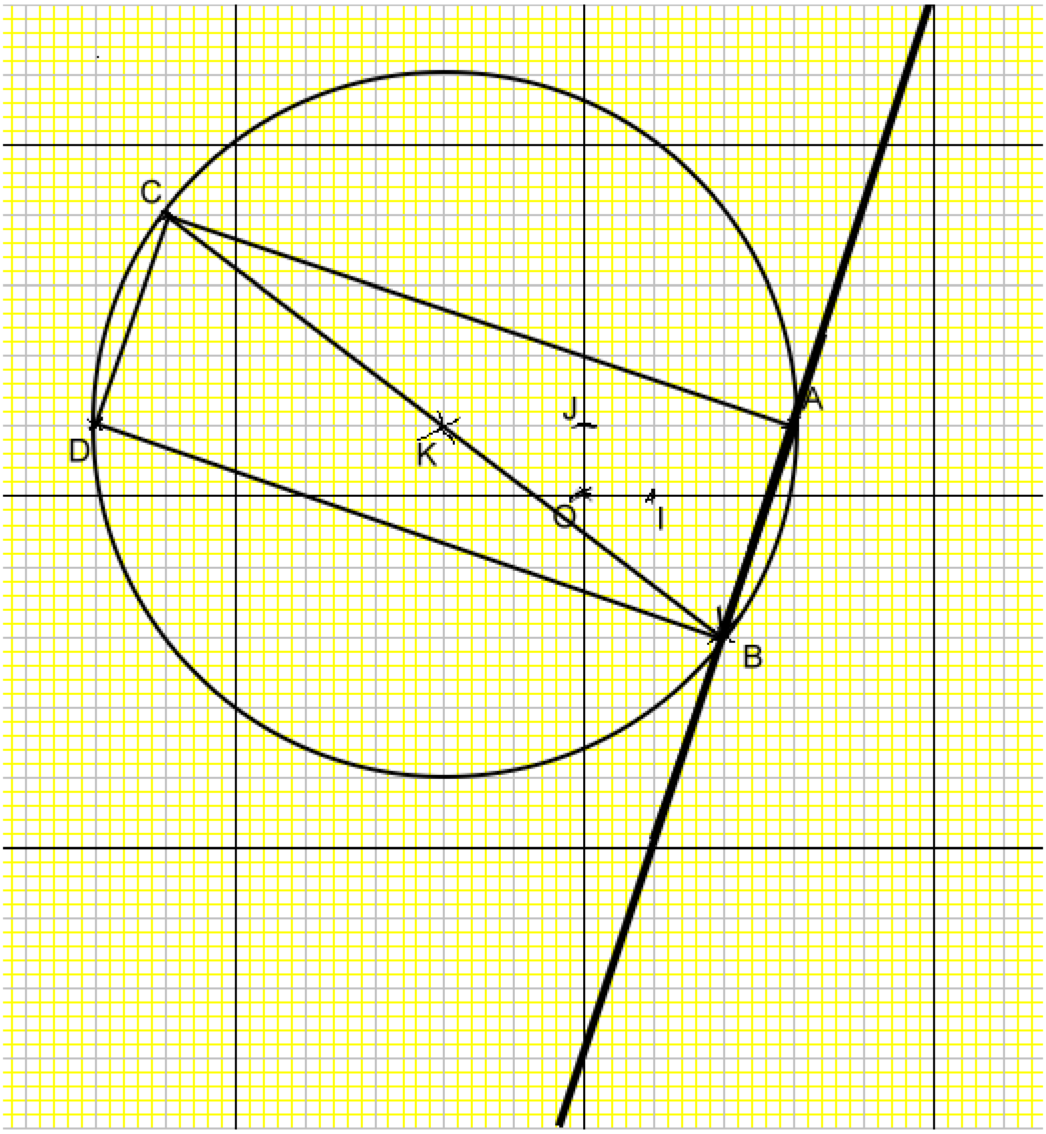
Vérifions si : $\frac{AB}{AE} = \frac{AT}{AC}$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AB}{AE} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \\ \frac{AT}{AC} = \frac{5{,}4}{7{,}2} = \frac{54}{72} = \frac{3}{4} \end{array}\right\} \text{les deux quotients sont égaux}$$ d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BT) et (EC) sont parallèles.

PROBLÈME

PARTIE I

1.



2.

a) Comme le point A a pour coordonnées 3 et 1, l'image de 3 par f est 1
Comme le point B a pour coordonnées 2 et -2, l'image de 2 par f est -2

b) Les coordonnées des points A et B vérifient le système :

$$\begin{cases} 3m + p = 1 \\ 2m + p = -2 \end{cases}$$

la résolution du système permet de trouver $m = 3$ et $p = -8$.

Remarque : On peu aussi déterminer par lecture graphique ces mêmes valeurs

PARTIE II

1.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-6-3)^2 + (4-1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-9)^2 + (3)^2}$$

$$AC = \sqrt{81+9}$$

$$AC = \sqrt{90}$$

$$AC = 3\sqrt{10}$$

2. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est BC, vérifions si $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$BC^2 = 10^2 = 100$$

$$AB^2 + AC^2 = \sqrt{10}^2 + \left(3\sqrt{10}\right)^2 = 10 + 90 = 100$$

L'égalité étant vérifiée, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

3.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-3 \\ -2-1 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

1. Les coordonnées de D : $D(-7\ ;\ 1)$

2. D est l'image de C dans la translation de vecteur AB donc ABDC est un parallélogramme, de plus le triangle ABC est rectangle en A donc le parallélogramme ABDC procède un angle droit c'est donc un rectangle.

3. Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et sont de même longueur, le centre du cercle circonscrit au rectangle ABDC est donc le milieu K de [AD] ou de [BC]
   Déterminons les coordonnées du milieu de [BC]

$$K\left(\frac{x_B + x_C}{2}\ ;\ \frac{y_B + y_C}{2}\right) \quad K\left(\frac{2-6}{2}\ ;\ \frac{-2+4}{2}\right) \quad K\left(\frac{-4}{2}\ ;\ \frac{2}{2}\right) \quad K(-2\ ;\ 1)$$