

# Diplôme National du Brevet Métropole - La Réunion - Mayotte Session 2007

L'emploi de la calculatrice est autorisé.

La rédaction et la présentation seront notées sur 4 points.

Coefficient : 2    Durée : 2 heures

## Activités numériques (12 points)

### Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chacune des cinq questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

1. Quelle est l'expression développée de $(3x + 5)^2$ ?	$3x^2 + 25$	$9x^2 + 25$	$9x^2 + 30x + 25$
2. Quelle est l'expression qui est égale à 10 si on choisit la valeur $x = 4$ ?	$x(x + 1)$	$(x + 1)(x - 2)$	$(x + 1)^2$
3. Quelle est la valeur exacte de $\frac{\sqrt{48}}{2}$ ?	$\sqrt{24}$	3,464	$2\sqrt{3}$
4. Quel est le nombre qui est solution de l'équation $2x - (8 + 3x) = 2$ ?	10	-10	2
5. En 3 <sup>e</sup> A, sur 30 élèves, il y a 40 % de filles. En 3 <sup>e</sup> B, sur 20 élèves, il y a 60 % de filles. Lorsque les deux classes sont réunies, quel est le pourcentage de filles dans le groupe ?	36 % de filles.	48 % de filles.	50 % de filles.

### Exercice 2

On donne un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Lui ajouter 4 ;
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi ;
- Ajouter 4 à ce produit ;
- Ecrire le résultat.

1. Ecrire les calculs permettant de vérifier si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 8212;2, on obtient 0.

2. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

3. a) Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier (les essais doivent figurer sur la copie).

b) En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.

4. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

## Activités géométriques (12 points)

### Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle tel que  $AB = 9$  ;  $AC = 15$  ;  $BC = 12$ .

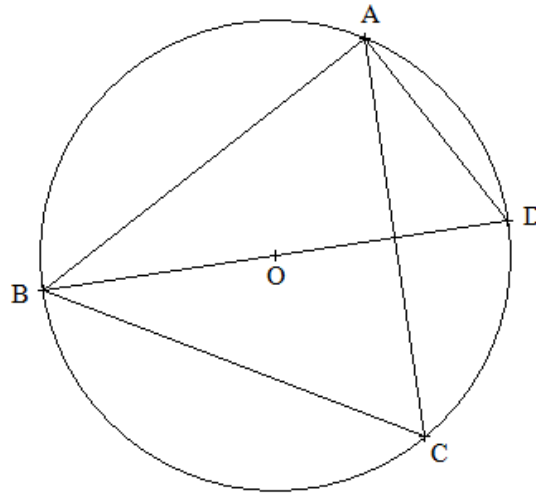
1. a) Démontrer que ABC est rectangle en B.

b) Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.

2. E est le point du segment [AB] tel que  $AE = 3$ . F est le point du segment [AC] tel que  $AF = 5$ .

- a) Placer les points E et F sur la figure.
  - b) Démontrer que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).
3. Calculer l'aire du triangle AEF.

### Exercice 2



Sur la figure ci-dessus,

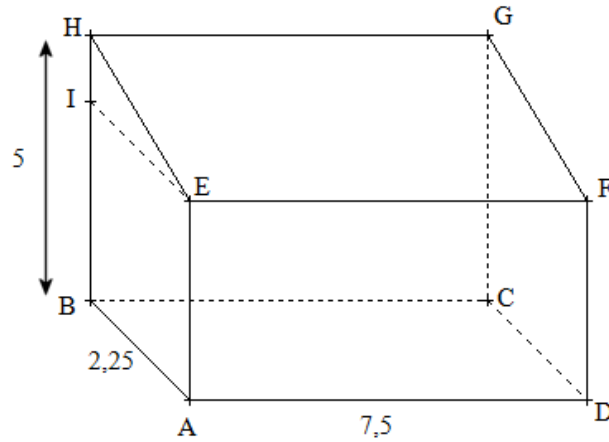
- ABC est un triangle équilatéral,
- Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC,
- Le point D est le point diamétralement opposé au point B sur ce cercle.

1. Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.
2. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{ADB}$  ? Justifier.
3. On désigne par E l'image du point D par la translation de vecteur  $\overrightarrow{OC}$ . Démontrer que les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires.

### Problème (12 points)

Dans le jardin de sa nouvelle maison, M. Durand a construit une terrasse rectangulaire qu'il désire recouvrir d'un toit.

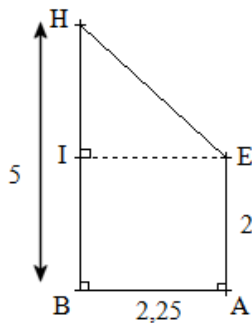
Pour cela, il réalise le croquis suivant où l'unité de longueur est le mètre.



- Le sol ABCD et le toit EFGH sont des rectangles.
- Le triangle HIE est rectangle en I.
- Le quadrilatère IEAB est un rectangle.
- La hauteur du sol au sommet du toit est HB.

On donne :  $AB = 2,25$  ;  $AD = 7,5$  ;  $HB = 5$

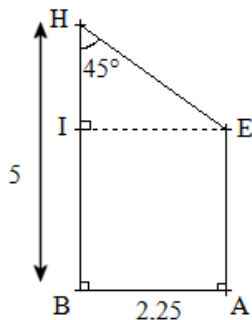
### Partie I



On suppose dans cette partie que  $AE = 2$ .

1. Justifier que  $HI = 3$ .
2. Démontrer que  $HE = 3,75$ .
3. Calculer au degré près la mesure de l'angle  $\widehat{IHE}$  du toit avec la maison.

### Partie II

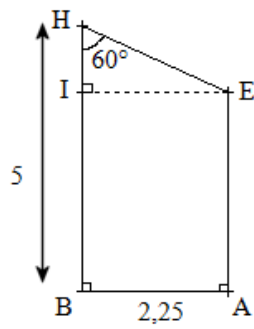


Dans cette partie, on suppose que  $\widehat{IHE} = 45^\circ$  et on désire déterminer AE.

1. Quelle est la nature du triangle HIE dans ce cas ? Justifier.

- En déduire HI puis AE.

### Partie III

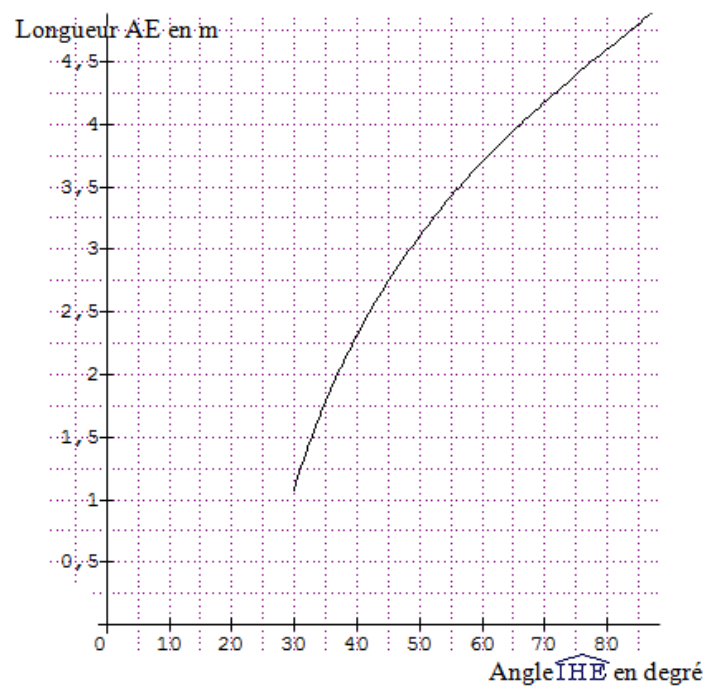


Dans cette partie, on suppose que  $\widehat{IHE} = 60^\circ$  et on désire déterminer AE.

- Déterminer la valeur arrondie au cm de HI.
- En déduire la valeur arrondie au cm de AE.

### Partie IV

La courbe ci-dessous représente la hauteur AE en fonction de la mesure de l'angle  $\widehat{IHE}$ .



M. Durand souhaite que la hauteur AE soit comprise entre 3 m et 3,5 m. En utilisant le graphique, donner une mesure possible de l'angle  $\widehat{IHE}$ .



## Correction

### Activités numériques

#### Exercice 1

1. **Réponse** :  $9x^2 + 30x + 25$

Car :  $(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$

2. **Réponse** :  $(x + 1)(x - 2)$

Car : pour  $x = 4$

$(x + 1)(x - 2) = (4 + 1)(4 - 2) = 5 \times 2 = 10$

3. **Réponse** :  $2\sqrt{3}$

Car :  $\frac{\sqrt{48}}{2} = \frac{\sqrt{16 \times 3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

4. **Réponse** : -10

Car : pour  $x = -10$

$2 \times (-10) - (8 + 3 \times (-10)) = -20 - (-22) = 2$

5. **Réponse** : 48 %

Car : En 3<sup>e</sup> A, sur 30 élèves, il y a 40 % de filles. Il y a donc :  $30 \times \frac{40}{100}$  filles, soit 12 filles en 3<sup>e</sup>A.

En 3<sup>e</sup> B, sur 20 élèves, il y a 60 % de filles. Il y a donc :  $20 \times \frac{60}{100}$  filles, soit 12 filles en 3<sup>e</sup>B.

Lorsque les deux classes sont réunies, il y a donc 24 filles sur un total de 50 élèves. Cela représente  $\frac{24}{50} \times 100\%$  des élèves, soit 48 %.

lorsque les deux classes sont réunies, il y a 48 % de filles dans le groupe ?

#### Exercice 2

On donne un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Lui ajouter 4 ;
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi ;
- Ajouter 4 à ce produit ;
- Ecrire le résultat.

1. Si on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2 :

On lui ajoute 4 :  $-2 + 4 = 2$

On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi (-2) :  $2 \times (-2) = -4$

On ajoute 4 à ce produit :  $-4 + 4 = 0$

On obtient bien 0 lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2.

2. Lorsque le nombre choisi est 5, on obtient :

On lui ajoute 4 :  $5 + 4 = 9$

On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi 5 :  $9 \times 5 = 45$

On ajoute 4 à ce produit :  $45 + 4 = 49$

On obtient 49 lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 5.

3. a) **Faisons deux autres essais :**

- On choisit le nombre 11 :

On lui ajoute 4 :  $11 + 4 = 15$

On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi 11 :  $15 \times 11 = 165$

On ajoute 4 à ce produit :  $165 + 4 = 169$

On obtient 169 lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 11.

On peut écrire 169 sous la forme d'un carré :  $169 = 13^2$ .

On choisit le nombre 8 :  
 On lui ajoute 4 :  $8 + 4 = 12$   
 On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi 8 :  $12 \times 8 = 96$   
 On ajoute 4 à ce produit :  $96 + 4 = 100$   
 On obtient 100 lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre 8.  
 On peut écrire 100 sous la forme d'un carré :  $100 = 10^2$ .

**3. b) Regardons si il en est toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul :**

Choisissons un nombre entier  $n$ . On applique le programme de calcul à ce nombre  $n$  :  
 On lui ajoute 4 :  $n + 4$   
 On multiplie la somme obtenue par le nombre choisi  $n$  :  $n(n + 4)$   
 On ajoute 4 à ce produit :  $n(n + 4) + 4$   
 On obtient  $n(n + 4) + 4$  lorsqu'on fait fonctionner ce programme avec le nombre  $n$ .  
 Or,  $n(n + 4) + 4 = n^2 + 4n + 4 = n^2 + 2 \times n \times 2 + 2^2 = (n + 2)^2$ .  
 Donc : quelque soit le nombre entier choisi au départ, on obtient toujours un carré comme résultat.

4. Si on souhaite obtenir 1 comme résultat, il nous faut choisir le nombre entier  $n$  tel que :  $(n + 2)^2 = 1$ , donc :

$$(n + 2)^2 - 1 = 0$$

$$[(n + 2) - 1][(n + 2) + 1] = 0$$

$$(n + 1)(n + 3) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul, et réciproquement :

$$n + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad n + 3 = 0$$

$$n = -1 \quad \text{ou} \quad n = -3$$

Pour obtenir 1 comme résultat, les nombres que l'on peut choisir au départ sont -3 et -1.

## Activités géométriques

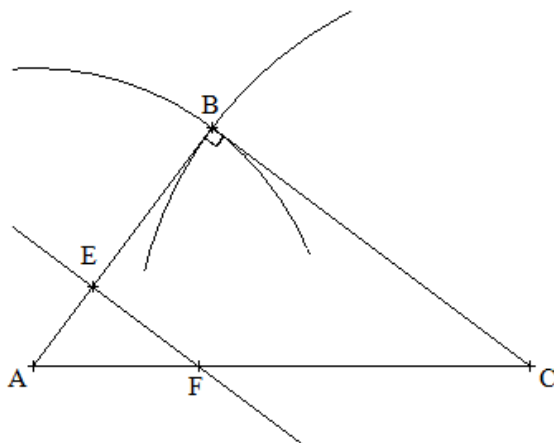
### Exercice 1

**1. a) Démontrons que ABC est rectangle en B :**

On a :  $AC^2 = 15^2 = 225$  et  $AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$   
 Donc  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que le triangle ABC est rectangle en B.

1. b)



2. a) cf figure

**2. b) Démontrons que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC) :**

Les points A, E, B sur la droite (EB) sont dans le même ordre que les points A, F, C sur la droite (FC).

On a :  $\frac{AE}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  et  $\frac{AF}{AC} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

Donc  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ .

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

### 3. Déterminons EF :

Les droites (EB) et (FC) sont sécantes en A, les droites (EF) et (BC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}, \text{ donc } \frac{3}{9} = \frac{5}{15} = \frac{EF}{12}$$

De  $\frac{5}{15} = \frac{EF}{12}$  on en déduit que  $EF = \frac{5 \times 12}{15} = 4$

Donc :  $EF = 4$  cm.

### Calculons l'aire du triangle AEF :

$$A = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

L'aire du triangle AEF est de 6 cm<sup>2</sup>.

## Exercice 2

1. Le point A appartient au cercle de diamètre [BD], donc le triangle ABD est rectangle en A.

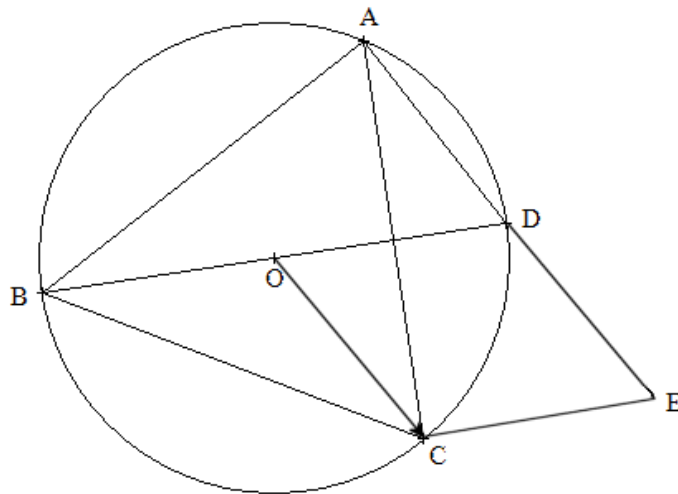
### 2. Mesure de l'angle $\widehat{ADB}$ :

Le triangle ABC est équilatéral, donc  $\widehat{ACB} = 60^\circ$

$\widehat{ADB}$  et  $\widehat{ACB}$  sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc  $\widehat{AB}$ . Ces deux angles sont donc de même mesure :  $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 60^\circ$

L'angle  $\widehat{ADB}$  mesure  $60^\circ$ .

### 3. Démontrons que les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires :



E est l'image du point D par la translation de vecteur  $\overrightarrow{OC}$ , donc  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DE}$ . Le quadrilatère OCED est donc un parallélogramme.

De plus, [OC] et [OD] sont deux rayons du cercle, donc  $OC = OD$ .

Le parallélogramme OCED a donc deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange.

Or, les diagonales d'un losange se coupent perpendiculairement, donc les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires.

## Problème

### Partie I

On suppose dans cette partie que  $AE = 2$ .

**1. Justifions que  $HI = 3$  :**

I est un point du segment  $[HB]$ , donc  $HI = HB - IB = 5 - 2 = 3$

Donc :  **$HI = 3$  m.**

**2. Démontrons que  $HE = 3,75$  :**

Dans le triangle HIE rectangle en I, on applique le théorème de Pythagore :

$$HE^2 = HI^2 + IE^2 = 3^2 + 2,25^2 = 9 + 5,0625 = 14,0625$$

$$\text{Donc : } HE = \sqrt{14,0625} = 3,75$$

D'où :  **$HE = 3,75$  m.**

**3. Calculons la mesure de l'angle  $\widehat{IHE}$  du toit avec la maison :**

Dans le triangle IHE rectangle en I, on a :

$$\cos \widehat{IHE} = \frac{HI}{HE} = \frac{3}{3,75} = 0,8$$

$$\text{Donc : } \widehat{IHE} = \cos^{-1}(0,8)$$

D'où :  $\widehat{IHE} \approx 37^\circ$  au degré près.

## Partie II

Dans cette partie, on suppose que  $\widehat{IHE} = 45^\circ$ .

**1. Nature du triangle HIE :**

On sait que le triangle HIE est rectangle en I. De plus,  $\widehat{IHE} = 45^\circ$ .

Or, la somme des angles du triangle HIE est égale à  $180^\circ$ , donc l'angle  $\widehat{IEH}$  mesure  $45^\circ$ .

On en conclut que le triangle HIE est rectangle et isocèle en I.

**2. Déduisons-en  $HI$  :**

Le triangle HIE est isocèle en I, donc  $HI = IE$ .

Donc :  **$HI = 2,25$  m.**

**Longueur AE :**

I est un point du segment  $[HB]$ , donc  $IB = HB - HI = 5 - 2,25$

Donc :  $IB = 2,75$  m.

ABIE étant un rectangle, on en conclut que  $AE = IB$ .

Donc :  **$AE = 2,75$  m.**

## Partie III

Dans cette partie, on suppose que  $\widehat{IHE} = 60^\circ$ .

**1. Déterminons la valeur arrondie au cm de  $HI$  :**

Dans le triangle IHE rectangle en I, on a :

$$\tan \widehat{IHE} = \frac{IE}{HI}$$

$$\text{Donc : } \tan 60^\circ = \frac{2,25}{HI}$$

$$\text{Donc : } HI = \frac{2,25}{\tan 60^\circ}$$

D'où :  $HI \approx 1,30$  m au cm près.

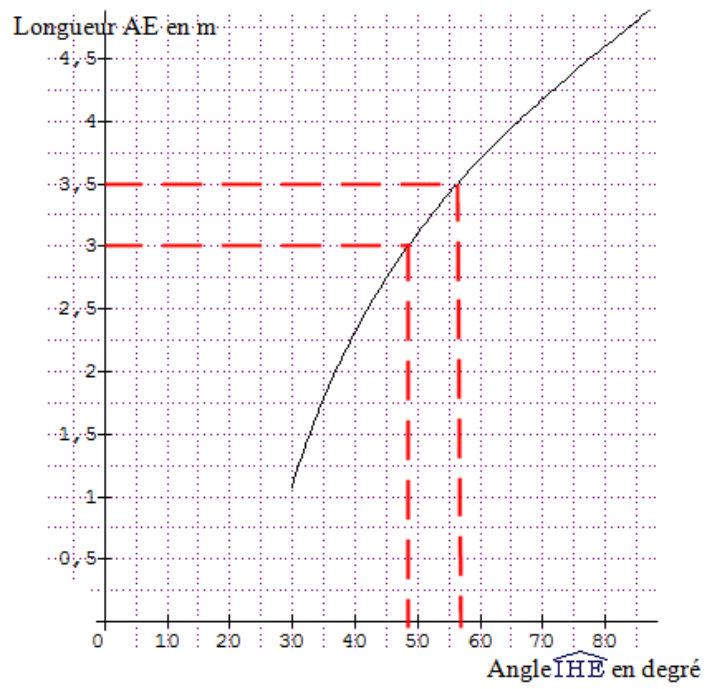
**2. Déduisons-en la valeur arrondie au cm de  $AE$  :**

$AE = BI = BH - HI \approx 5 - 1,3$

Donc  $AE \approx 3,70$  m (arrondie au cm près).

## Partie IV





Une mesure possible de l'angle  $\widehat{IHE}$  est  $55^\circ$ .  
 (Toutes valeurs comprises entre  $49^\circ$  et  $56^\circ$  convenaient).