Diplôme National du Brevet
Métropole - La Réunion - Mayotte - Session 2009

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

I - Activités numériques	12 points
II - Activités géométriques	12 points
III - Problème	12 points
Qualité de rédaction et de présentation	4 points

Durée de l'épreuve : 2 heures

I - Activités numériques

Exercice 1

1. Calculer A

$$A = \frac{8 + 3 \times 4}{1 + 2 \times 1,5}$$

2. Pour calculer A, un élève a tapé sur sa calculatrice la succession de touches ci-dessous :

$$\boxed{8}\ \boxed{+}\ \boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{4}\ \boxed{\div}\ \boxed{1}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{.}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$$

Expliquer pourquoi il n'obtient pas le bon résultat.

Exercice 2

Trois personnes, Aline, Bernard et Claude ont chacune un sac contenant des billes.
Chacune tire au hasard une bille dans son sac.

1. Le contenu des sacs est le suivant :

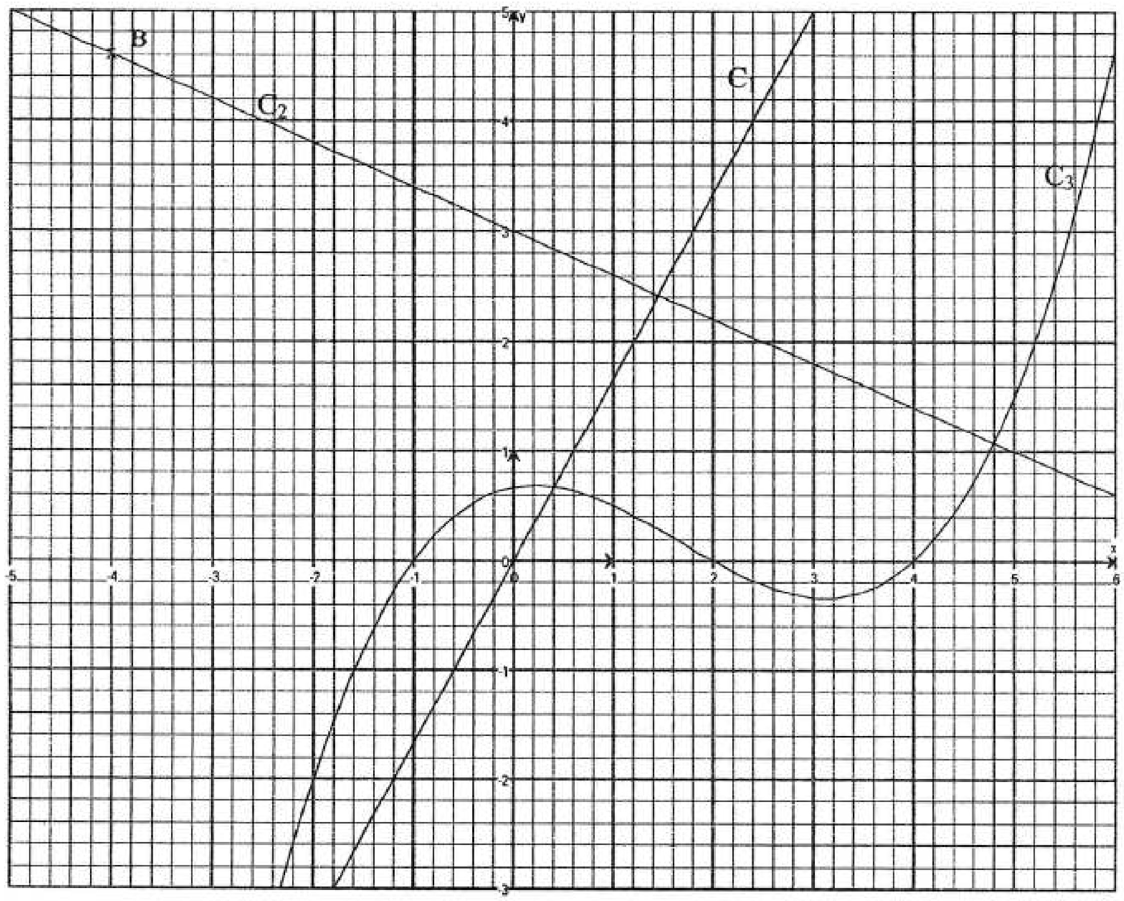
Sac d'Aline :	Sac de Bertrand :	Sac de Claude :
5 billes rouges	10 billes rouges et 30 billes noires	100 billes rouges et 3 billes noires

Laquelle de ces personnes a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge ?

2. On souhaite qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.
Avant le tirage, combien de billes noires faut-il ajouter pour cela dans le sac d'Aline ?

Exercice 3

On donne ci-dessous les représentations graphiques de trois fonctions. Ces représentations sont nommées $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$.
L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction linéaire.
Une autre est la représentation graphique de la fonction f telle que $f : x \mapsto -0,4x + 3$.



1. Lire graphiquement les coordonnées du point B.
2. Par lecture graphique, déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_3$ avec l'axe des abscisses.
3. Laquelle de ces représentations est celle de la fonction linéaire ? Justifier.
4. Laquelle de ces représentations est celle de la fonction f ? Justifier.
5. Quel est l'antécédent de 1 par la fonction f ? Justifier par un calcul.
6. A est le point de coordonnées (4,6 ; 1,2). A appartient-il à $\mathscr{C}_2$? Justifier par un calcul.

II - Activités géométriques

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.
ABC est un triangle tel que : AB = 16 cm, AC = 14 cm et BC = 8 cm.

1. a) Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.
   b) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

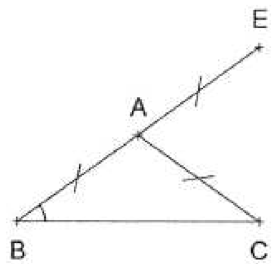
2. Le mathématicien Héron d'Alexandrie (1er siècle), a trouvé une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle : en notant a, b, c les longueurs des trois côtés et p son périmètre, l'aire $\mathcal{A}$ du triangle est donnée par la formule :

$$\mathcal{A} = \sqrt{\frac{p}{2}\left(\frac{p}{2} - a\right)\left(\frac{p}{2} - b\right)\left(\frac{p}{2} - c\right)}.$$

Calculer à l'aide de cette formule l'aire du triangle ABC.
Donner le résultat arrondi au cm^2 près.

Exercice 2

Dans cet exercice, on étudie la figure ci-dessous où :
- ABC est un triangle isocèle tel que AB = AC = 4 cm.
- E est le symétrique de B par rapport à A.



Partie 1 :

On se place dans le cas particulier où la mesure de $\widehat{ABC}$ est 43°.
1. Construire la figure en vraie grandeur.
2. Quelle est la nature du triangle BCE ? Justifier.
3. Prouver que l'angle $\widehat{EAC}$ mesure 86°.

Partie 2 :

Dans cette partie, on se place dans le cas général où la mesure de $\widehat{ABC}$ n'est pas donnée.
Jean affirme que pour n'importe quelle valeur de $\widehat{ABC}$, on a $\widehat{EAC} = 2\widehat{ABC}$.
Jean a-t-il raison ? Faire apparaître sur la copie la démarche utilisée.

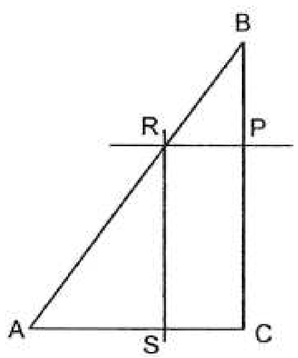
III - Problème

On considère un triangle ABC tel que : AB = 17,5 cm ; BC = 14 cm ; AC = 10,5cm.

Partie 1

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2. Soit P un point du segment [BC].
La parallèle à la droite (AC) passant par P coupe le segment [AB] en R.
La parallèle à la droite (BC) passant par R coupe le segment [AC] en S.
Montrer que le quadrilatère PRSC est un rectangle.



La figure n'est pas en vraie grandeur

3. Dans cette question, on suppose que le point P est situé à 5 cm du point B.
   a) Calculer la longueur PR.
   b) Calculer l'aire du rectangle PRSC.

Partie 2

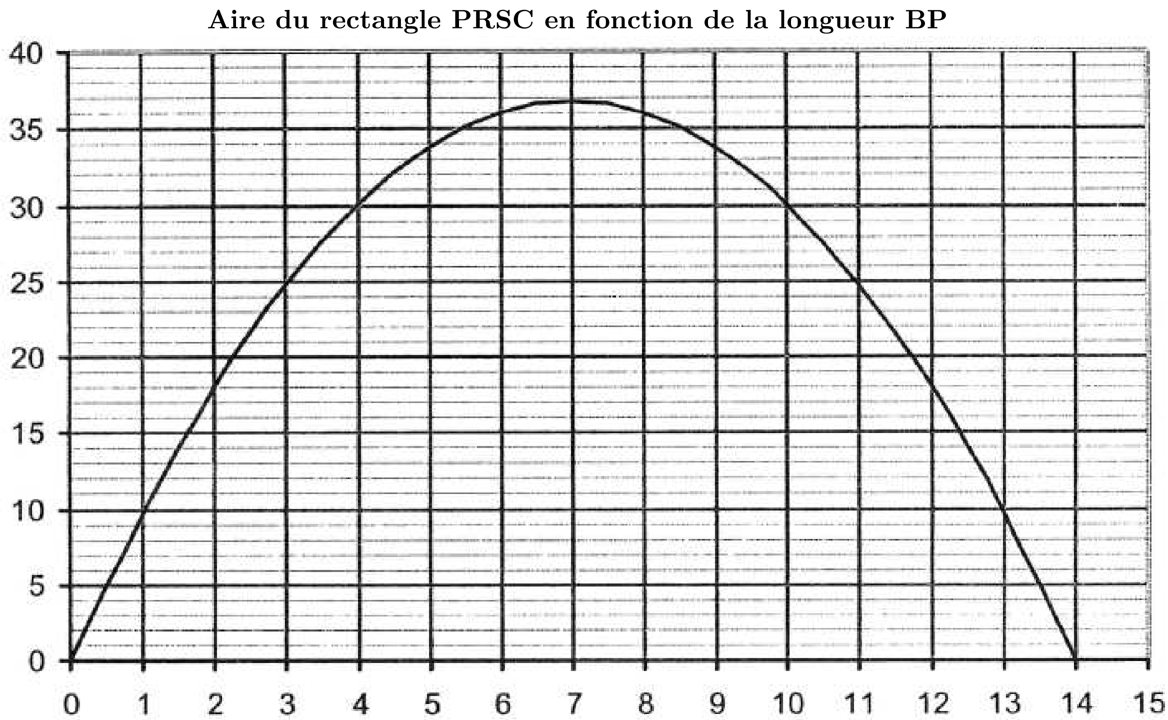
On déplace le point P sur le segment [BC] et on souhaite savoir quelle est la position du point P pour laquelle l'aire du rectangle PRSC est maximale.

1. L'utilisation d'un tableur a conduit au tableau de valeurs suivant :

Longueur BP en cm	0	1	3	5	8	10	12	14
Aire de PRSC en cm^2	0	9,75	24,75		36		18	0

Indiquer sur la copie les deux valeurs manquantes du tableau.
Justifier par un calcul la valeur trouvée pour BP = 10 cm.

2. Un logiciel a permis d'obtenir la représentation graphique suivante :



À l'aide d'une lecture graphique, donner :
   a) Les valeurs de BP pour lesquelles le rectangle PRSC a une aire de 18 cm^2.
   b) La valeur de BP pour laquelle l'aire du rectangle semble maximale.
   c) Un encadrement à 1cm^2 près de l'aire maximale du rectangle PRSC.

Partie 3

1. Exprimer PC en fonction de BP.
2. Démontrer que PR est égal à 0,75 × BP.
3. Pour quelles valeurs de BP le rectangle PRSC est-il un carré ?

Correction

Activités numériques

Exercice 1
1. $A = \dfrac{8+3\times 4}{1+2\times 1,5} = \dfrac{20}{4} = 5$.

2. L'élève aurait dû mettre des parenthèses pour indiquer le numérateur et le dénominateur. À cause des priorités opératoires (priorité de la multiplication et de la division sur l'addition), la calculatrice a calculé $8 + \dfrac{3\times 4}{1} + (2\times 1,5)$, et a donné 23 comme résultat.

Exercice 2
1. On note R l'événement : "la bille tirée est rouge".
On a : $p(R) = \dfrac{\text{nombre de billes rouges}}{\text{nombre total de billes}}$.

- Pour Aline : son sac contient 5 billes rouges parmi 5 billes au total, donc $p(R) = \dfrac{5}{5} = 1$
- Pour Bertrand : son sac contient 10 billes rouges parmi 40 au total, donc : $p(R) = \dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4}$
- Pour Claude : son sac contient 100 billes rouges parmi 103 au total, donc : $p(R) = \dfrac{100}{103}$.

On a $\dfrac{1}{4} < \dfrac{100}{103} < 1$, donc Aline a la plus grande probabilité de tirer une bille rouge dans son sac.

2. Soit x le nombre de billes noires à ajouter dans le sac d'Aline. On veut que la probabilité de tirer une bille rouge soit égale à celle de Bertrand, c'est-à-dire $\dfrac{1}{4}$.
$p(R) = \dfrac{5}{x+5} = \dfrac{1}{4}$ ce qui équivaut à $5\times 4 = 1\times(x+5)$
Donc : $x+5 = 20$, soit $x = 15$
D'où : il faut ajouter 15 billes noires dans le sac d'Aline pour qu'elle ait la même probabilité que Bertrand de tirer une bille rouge.

Exercice 3
1. Le point B a pour coordonnées $(-4; 4,6)$.

2. Les points d'intersection de C_3 avec l'axe des abscisses ont pour coordonnées :
- $(-1; 0)$
- $(2; 0)$
- $(4; 0)$

3. La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine. La fonction linéaire correspond donc à C_1.

4. La fonction f est une fonction affine, sa représentation graphique est donc une droite : c'est C_2.

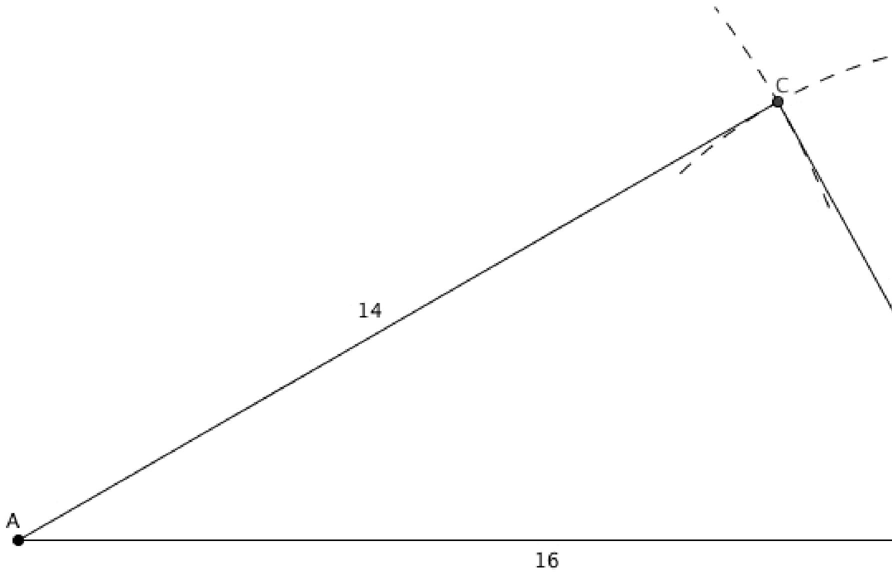
5. On résout l'équation $f(x) = 1$. On obtient successivement : $-0,4x+3 = 1$, $-0,4x = -2$, puis $x = \dfrac{-2}{-0,4} = 5$.
L'antécédent de 1 par f est 5.

6. On a vu que C_2 est la représentation graphique de f. Or on a $f(4,6) = -0,4\times 4,6+3 = 1,16$: ainsi f(4,6) n'est pas égal à 1,2. Donc A n'appartient pas à C_2.

Activités géométriques

Exercice 1

1. a)



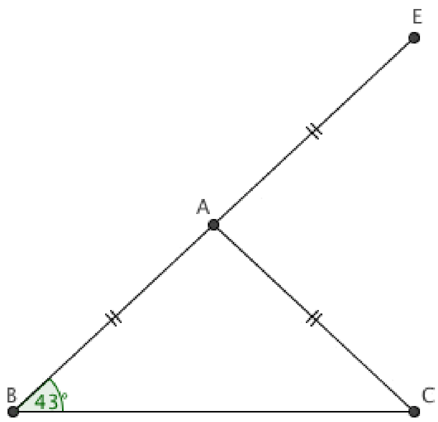
1. b) On a $AB^2 = 16^2 = 256$ et $AC^2 + BC^2 = 14^2 + 8^2 = 196 + 64 = 260$: le triangle ABC n'est donc pas rectangle.

2. Le périmètre du triangle ABC vaut $p = 16+14+8 = 38$ cm. Son aire vaut donc $\mathcal{A} = \sqrt{19 \times (19 - 16) \times (19 - 14) \times (19 -}$ $\sqrt{19 \times 3 \times 5 \times 11} = \sqrt{3135} \approx 56$ cm^2.

Exercice 2

Partie 1

1.



2. Le centre du cercle circonscrit C au triangle BCE est le point A, et c'est aussi le milieu du côté [BE] du triangle. Donc BCE est rectangle en C.

3. On sait que $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 43^\circ$ car ABC est isocèle en A. On en déduit que $\widehat{BAC} = 180 - 2 \times 43 = 94^\circ$, puis que $\widehat{EAC} = 180 - \widehat{BAC} = 86^\circ$.

Partie 2

Jean a raison : puisque ABC est isocèle, on a $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$, d'où $\widehat{BAC} = 180 - 2\widehat{ABC}$, puis finalement $\widehat{EAC} = 180 - \widehat{BAC} = 180 - (180 - 2\widehat{ABC}) = 2\widehat{ABC}$.

Problème

Partie 1

1. On a $\text{AB}^2 = 17,5^2 = 306,25$ et $\text{AC}^2 + \text{BC}^2 = 10,5^2 + 14^2 = 110,25 + 196 = 306,25$. Ainsi, $\text{AB}^2 = \text{AC}^2 + \text{BC}^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2. PRSC est un parallélogramme (par construction) qui a un angle droit (l'angle $\widehat{PCS}$) : c'est donc un rectangle.

3. a) Les droites (PR) et (AC) sont parallèles, on peut donc appliquer le théorème de Thalès : $\dfrac{\text{BP}}{\text{BC}} = \dfrac{\text{PR}}{\text{AC}}$.
On en déduit $\text{PR} = \dfrac{\text{AC} \times \text{BP}}{\text{BC}} = \dfrac{10,5 \times 5}{14} = 3,75$.

3. b) L'aire du rectangle PRSC vaut $\text{PR} \times \text{PC} = 3,75 \times 9 = 33,75\ \text{cm}^2$.

Partie 2

1.
- Lorsque BP = 5, on vient de montrer que l'aire de PRSC vaut 33,75 cm^2.
- Lorsque BP = 10, on a PC = 4 ; d'après le théorème de Thalès, $\text{PR} = \dfrac{\text{AC} \times \text{BP}}{\text{BC}} = \dfrac{10,5 \times 10}{14} = 7,5$, et l'aire de PRSC vaut $7,5 \times 4 = 30\ \text{cm}^2$.

2. a) L'aire de PRSC vaut 18 cm^2 pour BP = 2 et pour BP = 12.

2. b) L'aire du rectangle semble être maximale pour BP = 7.

2. c) L'aire maximale semble être comprise entre 36 et 37 cm^2.

Partie 3

1. On a PC = 14 − BP.

2. Les droites (PR) et (AC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, $\text{PR} = \dfrac{\text{AC}}{\text{BC}} \times \text{BP} = \dfrac{10,5}{14} \times \text{BP} = 0,75 \times \text{BP}$.

3. Le rectangle PRSC est un carré lorsque PR = PC. En remplaçant par les expressions obtenues ci-dessus, on obtient $0,75 \times \text{BP} = 14 - \text{BP}$, puis $1,75 \times \text{BP} = 14$ et finalement BP = 8 cm.