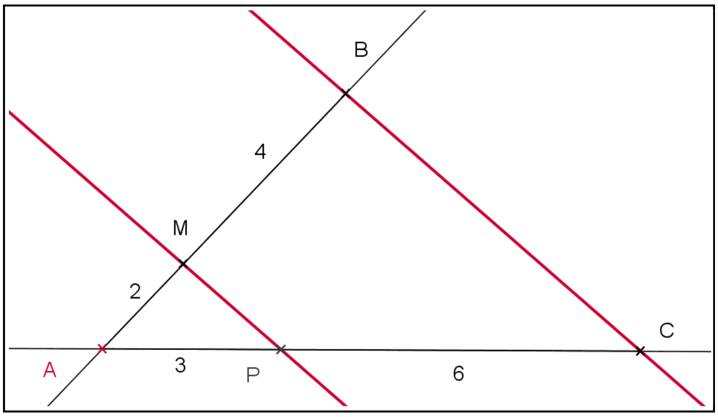
Fiche de cours	Mathématiques	Troisième
Chapitre 3 : Théorème de Thalès	Rédaction type : Théorème de Thalès	

I – Calcul de longueurs

Cas n°1 : Configuration classique.

- ✓ Les droites (MP) et (BC) sont parallèles
- ✓ et l'on a, en cm :
  $AM = 2$; $AP = 3$; $PC = 6.$



- ✓ **Calculons AB**

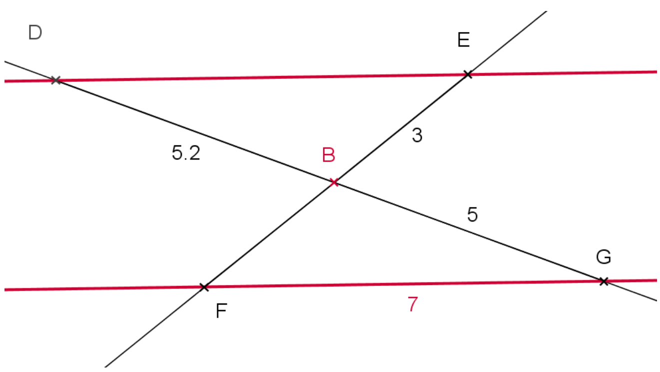
Remarquons que puisque le point P appartient au segment [AC] on a :
$AC = AP + PC = 3 + 6 = 9\ cm$
Et de même, M appartient au segment [AB] donc
$AB = AM + MB = 2 + 4 = 6cm$

- Données : on est en configuration de Thales
  car $\left\{\begin{array}{l}\text{les points A, M, B et A, P, C sont alignés sur deux droites sécantes en A}\\ \text{Les droites (MP) et (BC) sont parallèles.}\end{array}\right.$
- donc d'après le théorème de Thales : $\boxed{\frac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} = \frac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C} = \frac{MP}{BC}}$ soit $\boxed{\frac{2}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{MP}{BC}}$
- Calculons AB : On a $\boxed{\frac{2}{AB} = \frac{3}{9}}$

  donc par produit en croix $3 \times AB = 18$ et $\boxed{AB = \frac{18}{3} = 6\ cm}$

Cas n°2 : Configuration croisée.

- ✓ Les droites (ED) et (GF) sont parallèles.
- ✓ On a les mesures suivantes en cm :
  $BD = 5{,}2$; $BG = 5$; $BE = 3$ et $FG = 7$



- ✓ **Calculer ED puis BF**

- Données : $\left\{\begin{array}{l}\text{Les points G, B et D et les points F, B et E sont alignés sur 2 sécantes en B}\\ \text{Les droites (FG) et (DE) sont parallèles}\end{array}\right.$
- d'après la propriété de Thalès : $\boxed{\frac{\boxed{B}G}{\boxed{B}D} = \frac{\boxed{B}F}{\boxed{B}E} = \frac{GF}{DE}}$ soit $\boxed{\frac{5}{5{,}2} = \frac{BF}{3} = \frac{7}{DE}}$

Calcul de BF :

On a : $\boxed{\frac{5}{5{,}2} = \frac{BF}{3}}$

et par produit en croix :

$$5{,}2 \times BF = 3 \times 5 = 15$$

donc

$$\boxed{BF = \frac{15}{5{,}2} = \frac{75}{26} \approx 2{,}89\ cm \text{ à } 0{,}01\ cm \text{ près}}$$

Calcul de ED :

On a : $\boxed{\frac{5}{5{,}2} = \frac{7}{ED}}$

et par produit en croix :

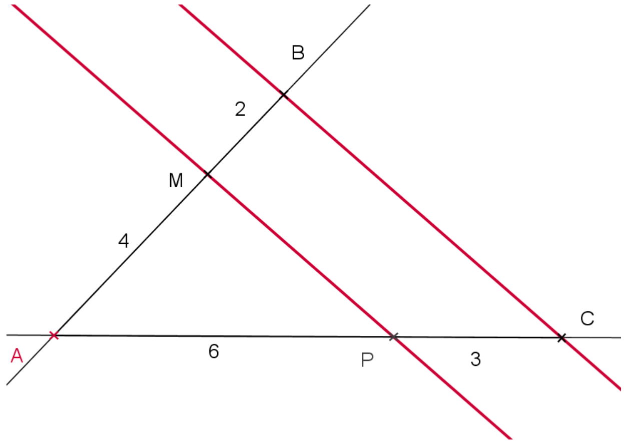
$$5 \times ED = 7 \times 5{,}2 = 36{,}4$$

donc

$$\boxed{ED = \frac{36{,}4}{5} = 7{,}28\ cm}$$

II – Les droites sont-elles parallèles ?

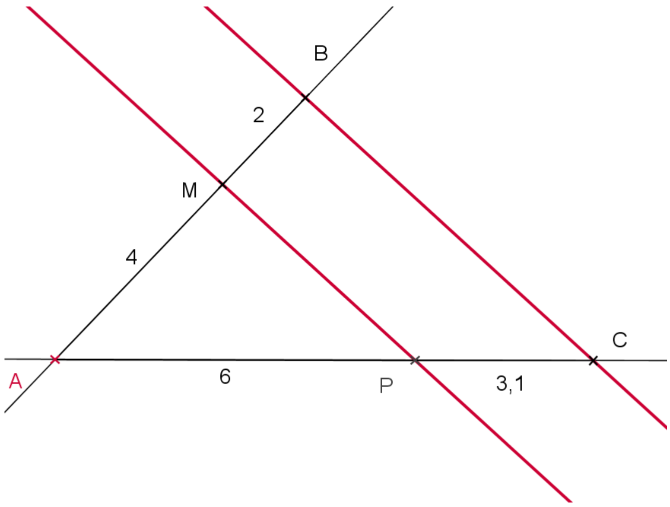
Cas n°1 : Réciproque (cas ou les droites sont parallèles)



- ✓ $AM = 4$; $MB = 2$; $AP = 6$; $PC = 3$;
- ✓ **<u>(MP) et (BC) sont-elles parallèles</u>** ?
  On a de façon évidente, $AB = AM + MB = 6cm$
  et $AC = AP + PC = 9cm$

- On est en configuration de Thales
  Les points A, M, B et A, P, C sont alignés <u>dans cet ordre</u> sur deux droites sécantes en A.
- Test : $\begin{cases} \dfrac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \\ \dfrac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3} \end{cases}$
- Donc les rapports sont égaux $\dfrac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} = \dfrac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C}$
  et d'après <u>la réciproque du théorème de Thalès</u>, les droites (MP) et (BC) sont parallèles.

Cas n°2 : Contraposée (cas ou les droites ne sont pas parallèles)



- ✓ $AM = 4$; $MB = 2$; $AP = 6$; $PC = 3{,}1$;
- ✓ **<u>(MP) et (BC) sont-elles parallèles</u>** ?
  On a de façon évidente, $AB = AM + MB = 6cm$
  et $AC = AP + PC = 9{,}1cm$

- On est en configuration de Thales
  Les points A, M, B et A, P, C sont alignés <u>dans cet ordre</u> sur deux droites sécantes en A.
- Test : $\begin{cases} \dfrac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \\ \dfrac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C} = \dfrac{6}{9{,}1} = \dfrac{6\times 10}{9{,}1\times 10} = \dfrac{60}{91} \end{cases}$
- Donc les rapports sont différents $\dfrac{\boxed{A}M}{\boxed{A}B} \neq \dfrac{\boxed{A}P}{\boxed{A}C}$
  et d'après <u>la contraposée du théorème de Thalès</u>, les droites (MP) et (BC) ne sont pas parallèles.

<u>Remarque</u> : Pour montrer que les deux fractions ne sont pas égales il est souvent judicieux de les mettre au même dénominateur. Ici par exemple :

$$\begin{cases} \dfrac{2}{3} = \dfrac{2 \times 91}{3 \times 91} = \dfrac{182}{273} \\ \dfrac{60}{91} = \dfrac{60 \times 3}{91 \times 3} = \dfrac{180}{273} \end{cases}$$