BREVET BLANC N°1 (Février 2007)
CORRECTION

Partie numérique : (12 points)

Exercice 1 : (3 points)

1. $E = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}\times\left(\frac{5}{2}+2\right)$

$E = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}\times\left(\frac{5}{2}+\frac{4}{2}\right)$ (0,5pts)

$E = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}\times\frac{9}{2}$

$E = \frac{3}{5} - \frac{9}{10}$

$E = \frac{6}{10} - \frac{9}{10}$ $\boxed{E = -\frac{3}{10}}$ (0,5pts)

2. $F = \frac{3\times10^{2}\times1{,}2\times10^{-5}}{15\times10^{2}}$

$F = \frac{3{,}6\times10^{-3}}{15\times10^{2}}$

$\boxed{F = 0{,}24\times10^{-5}}$ (0,5pts)

$\boxed{F = 2{,}4\ \text{x}10^{-6}}$ (0,5pts)

3. $G = \sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{700}$

$G = \sqrt{9\times7} - 2\sqrt{4\times7} + \sqrt{100\times7}$ (0,5pts)

$G = \sqrt{9}\times\sqrt{7} - 2\times\sqrt{4}\times\sqrt{7} + \sqrt{100}\times\sqrt{7}$

$G = 3\sqrt{7} - 2\times2\sqrt{7} + 10\sqrt{7}$

$\boxed{G = 9\sqrt{7}}$ (0,5pts)

Exercice 2 : (4 points)

1. $A = (x-3)^2 + (x-3)(8x-5)$

$A = x^2 - 6x + 9 + 8x^2 - 5x - 24x + 15$ (0,5pts)

$\boxed{A = 9x^2 - 35x + 24}$ (0,5pts)

2. $A = (x-3)[(x-3) + (8x-5)]$ (0,5pts)

$A = (x-3)(x - 3 + 8x - 5)$

$\boxed{A = (x-3)(9x-8)}$ (0,5pts)

3. $x = 2$ $A = (2-3)(9\times2-8)$ (0,5pts)

$A = -1 \times 10$

$\boxed{A = -10}$ (0,5pts)

4. Pour qu'un produit soit nul il faut au moins un facteur nul,

soit $x - 3 = 0$ soit $9x - 8 = 0$ (0,5pts)

$x = 3$ soit $9x = 8$

$x = \frac{8}{9}$

Les solutions de l'équation produit nul sont $\boxed{3 \text{ et } \frac{8}{9}}$ (0,5pts)

Exercice 3 : (3,5 points)

1. Appliquons l'algorithme d'Euclide (0,5pts)

$$\begin{array}{r|l} 3120 & 2760 \\ \hline 360 & 1 \end{array}$$

Donc $3120 = 1\times2760 + 360$ et PGCD(3120 ;2760)= PGCD(2760 ;360)

$$\begin{array}{r|l} 2760 & 360 \\ \hline 240 & 7 \end{array}$$

Donc $2760 = 7\times360 + 240$ et PGCD(3120 ;2760) = PGCD(360 ;240)

$$\begin{array}{r|l} 360 & 240 \\ \hline 120 & 1 \end{array}$$

Donc $360 = 240 \times 1 + 120$

PGCD(3120 ;2760) = PGCD(240 ;120) *(on voit déjà que c'est 120)*

$$\begin{array}{r|l} 240 & 120 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

$\boxed{\text{PGCD(3120 ;2760) = 120}}$ car c'est le dernier reste non nul.(0,5pts)

2. $\frac{2760}{3120} = \frac{2760\div120}{3120\div120} = \frac{23}{26}$ (0,5pts) Or par théorème, si l'on simplifie une fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur on obtient une fraction irréductible. Donc $\frac{23}{26}$ est la forme irréductible de $\frac{2760}{3120}$ (0,5pts)

3. a) Le Plus Grand Commun Diviseur de 3120 et 2760 est 120, il confectionne alors 120 paquets. (0,5pts)

b) 3120 : 120 = 26, il y a 26 dragées roses par paquet. (0,5pts)

c) 2760 : 120 = 23, il y a 23 dragées blanches par paquet. (0,5pts)

Exercice 4 : (1,5 points)

1. 7 + 25 + 15 + 3 = 50. Et $\boxed{\text{50 lycéens}}$ ont répondu au questionnaire. (0,5pts)

2. 15 + 3 = 18. Soit $\boxed{\text{18 élèves}}$ passent au moins une heure dans le métro. (0,5pts)

$\frac{18}{50} = \frac{36}{100}$. Donc $\boxed{36\%}$ des élèves passent au moins une heure dans le métro. (0,5pts)

Partie géométrie ; (12 points)

Exercice 1 **4,5 points**

1) Le triangle BDF est inscrit dans le cercle de diamètre [BD]. Or un triangle inscrit dans un cercle dont un diamètre est l'un des côtés du triangle est un triangle rectangle et ce côté est l'hypoténuse du triangle. On en conclut que BDF est rectangle en F. **1,5 (hyp + prop + ccl)**
2) Dans le triangle BDF rectangle en F, la somme de la mesure des angles vaut 180°. On a donc : $\widehat{BDF}+\widehat{DBF}+\widehat{BFD}=180$ soit $20+\widehat{DBF}+90=180$. D'où $\widehat{DBF}=70°$ **1**
3) Dans le triangle BDF rectangle en F **0,5**, on a $\sin\widehat{BDF}=\dfrac{BF}{BD}$ d'où $BF=BD\sin\widehat{BDF}$ soit $\boxed{BF=10\sin 20}$ **1** d'où $\boxed{BF\simeq 3,4\text{ cm}}$ **0,5**

   Remarque : on peut aussi utiliser l'angle calculé à la question 2 et on trouve : $BF=10\cos 70$

Exercice 2 **4 points**

1) On cherche à montrer que les fractions $\dfrac{MA}{MO}$ et $\dfrac{MI}{MU}$ sont égales. Pour cela, on simplifie chacune des fractions : $\dfrac{MA}{MO}=\dfrac{27}{21}=\dfrac{9}{7}$ et $\dfrac{MI}{MU}=\dfrac{36}{28}=\dfrac{9}{7}$ **(calculs séparés : 1 ; 0 sinon)** On a donc montré que $\dfrac{MA}{MO}=\dfrac{MI}{MU}$. De plus, les points I, M, U et A, M, O sont alignés dans le même ordre. La réciproque de la propriété de Thalès **0,5 (alignés et Thalès)** permet alors de conclure que les droites (IA) et (OU) sont parallèles **0,5**.

   Remarque : Pour prouver l'égalité, on peut aussi montrer que $MA\times MU=756$ et $MI\times MO=21\times 36=756$ et utiliser le produit en croix…
2) Les droites (AO) et (IU) sont sécantes en M et les droites (AI) et (OU) sont parallèles donc d'après la propriété de Thalès **1 (2 hyp et Thalès)** , on a les égalités suivantes : $\boxed{\dfrac{MA}{MO}=\dfrac{MI}{MU}=\dfrac{AI}{OU}}$ **0,5**soit $\left(\dfrac{9}{7}=\right)\dfrac{27}{21}=\dfrac{36}{28}=\dfrac{45}{OU}$ d'où $\boxed{OU=45\times\dfrac{7}{9}=35}$ **0,5**.

Exercice 3 **3,5 points**

1) WT étant le côté du triangle SWT le plus grand, on calcule $WT^2=19,5^2=380,25$ et $SW^2+ST^2=7,5^2+18^2=56,25+324=380,25$ **(calculs séparés : 1 ; 0 sinon)**. On a donc montré que $WT^2=SW^2+ST^2$, ce qui montre, d'après la réciproque de la propriété de Pythagore **0,5**, que les triangle SWT est rectangle en S **0,5**.
2) Le triangle SWT étant rectangle en S **0,5**, on a les égalités suivantes (une seule suffit) :

   $\cos\widehat{STW}=\dfrac{ST}{TW}=\dfrac{18}{19,5}=\dfrac{12}{13}$ d'où $\widehat{STW}=\cos^{-1}\dfrac{12}{13}$ soit $\boxed{\widehat{STW}\simeq 23°}$ **1**

   $\sin\widehat{STW}=\dfrac{SW}{TW}=\dfrac{7,5}{19,5}=\dfrac{5}{13}$ d'où $\widehat{STW}=\sin^{-1}\dfrac{5}{13}$ soit le même résultat, heureusement !

   $\tan\widehat{STW}=\dfrac{SW}{ST}=\dfrac{7,5}{18}=\dfrac{5}{12}$ d'où $\widehat{STW}=\tan^{-1}\dfrac{5}{12}$ itou…

Problème ; (12 points)

Partie 1 ; (3pnts)

1. $AC^2 = 20^2 = 400$
$AB^2 + BC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$
} La réciproque du théorème de Pythagore assure que ABC est rectangle en B. (1pt)

2. (EF) et (BC) sont perpendiculaires
(AB) et (BC) sont perpendiculaires
} Lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, ALORS elles sont parallèles.
AINSI (EF) et (AB) sont parallèles (1pt)

3. Aire(ABC) = $\frac{base \times hauteur}{2} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{12 \times 16}{2} = \frac{192}{2} = \boxed{96\text{ cm}^2}$. (0,5 + 0,5 pt)

Partie 2 ; (2,5pnts)

1. (EF) et (AB) sont parallèles
C, E et A alignés
C, F et B alignés dans le même ordre
(0,5pnts)
} Le théorème de Thalès donne ;
$\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB}$ (0,5pnts)
soit $\frac{4}{16} = \frac{EF}{12}$ EF = $12 \times \frac{4}{16}$ $\boxed{EF = 3\text{ cm}}$. (0,5pnts)

2. Aire(EBC) = $\frac{base \times hauteur}{2} = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \times 3}{2} = 24\text{ cm}^2$. (0,5 + 0,5 pt)

Partie 3 ; (6,5pnts)

1. (EF) et (AB) sont parallèles
C, E et A alignés
C, F et B alignés dans le même ordre
(0,5points)
} Le théorème de Thalès donne ;
$\frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB}$ (0,5pnts)
soit $\frac{x}{16} = \frac{EF}{12}$ EF = $12 \times \frac{x}{16}$ EF = $\frac{3}{4}x$ cm. (0,5pnts)

2. Aire(EBC) = $\frac{base \times hauteur}{2} = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \times \frac{3}{4}x}{2} = \frac{12x}{2} = 6x\text{ cm}^2$. (0,5 + 0,5 pt)

3. 6x = 33
$x = \frac{33}{6}$
x = 5,5 L'aire de EBC vaut 33cm² lorsque $\boxed{CF = 5{,}5\text{cm}}$. (0,5pt)
(0,5pt)

4. (FB) et (AB) sont perpendiculaires puisque ABC restangle en B, (1pt)
(FB) et (EF) sont perpendiculaires,
ALORS la hauteur relative à [AB] dans le triangle ABE (hauteur issue de E) a pour mesure FB.

5. F appartient à [BC], alors BF = BC – CF = 16 – x. (0,5pt)
Aire(ABE) = $\frac{base \times hauteur}{2} = \frac{AB \times BF}{2} = \frac{12 \times (16 - x)}{2} = 6(16 - x)\text{ cm}^2$. (0,5pt)

6. 6(16 – x) = 2x6x
32 – 6x = 12x (0,5pt)
32 = 18x alors x = $\frac{32}{18} = \frac{16}{9}$. Pour x= $\frac{16}{9}$ Aire(EAB) est le double de Aire(EBC). (0,5pt)