Brevet Blanc n°1- Janvier 2008 : Correction

Partie 1 : ACTIVITES NUMERIQUES : (12 points)

Exercice 1 : **(3 points) :**

Soit les expressions : $A = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$, $B = \frac{5}{12} \div \frac{13}{28}$ et $C = \frac{4\times(10^{-3})^5\times10^4}{2\times10^6\times16\times10^{-3}}$

1) **Calculer A et B en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible**.

- $\boxed{A = \frac{7}{10}}$ (1 point) et $\boxed{B = \frac{35}{39}}$ (1point)

2) **Donner l'expression scientifique de C**.

- $\boxed{C = 1{,}25 \times 10^{-15}}$ (1 point)

Exercice 2 **(5 points)** On considère l'expression $D = (2x-1)^2 + (2x-1)(x+5)$.

1) **Développer et réduire l'expression D**. $\boxed{D = 6x^2 + 5x - 4}$ (1,5 point) et 0,5 si ok avant réduction.
2) **Factoriser l'expression D**. $\boxed{D = (2x-1)(3x+4)}$ (1 point)
3) **Calculer les valeurs de D** $\boxed{D(-2) = 10}$ (1 point)

   $\boxed{D\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{185}{8}}$ (1,5 point)

Exercice 3 **(4 points)**

1) **Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ?** **.(1 point)**
   - 682 et 352 sont pairs donc divisibles par 2, de ce fait leur PGCD est différent de 1 car supérieur (ou égal) à 2.
2) **Calculer le plus grand diviseur commun de 682 et 352**. **.(2 points)**
   - Utilisons l'algorithme d'Euclide pour calculer le PGCD. *.(0,5 point)*
   - Par divisions euclidiennes ont obtient : . *(1 point)*

682	**=**	**1**	×	**352**	**+**	**330**
352	**=**	**1**	×	**330**	**+**	**22**
330	**=**	**15**	×	**22**	**+**	**0**

   - Donc **le PGCD de 682 et 352 est 22** car c'est le dernier reste non nul. *(0,5 point)*

3) **Rendre irréductible la fraction $\frac{682}{352}$ en indiquant clairement la méthode utilisée..(1 point)**
   - $\frac{682}{352} = \frac{22\times31}{22\times16} = \boxed{\frac{31}{16}}$ qui est une fraction irréductible, .*(0,5 point)*
   - car par théorème, si l'on simplifie une fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur, on obtient une fraction irréductible..*(0,5 point)*

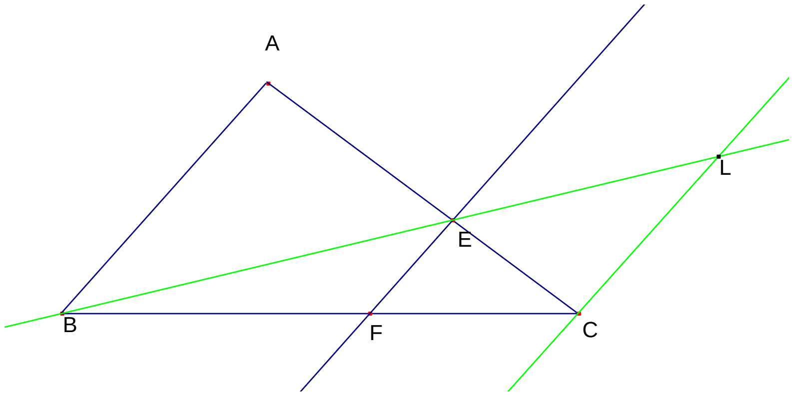
PARTIE 2 : ACTIVITES GEOMETRIQUES : (12 points)

Exercice 1 (6,5 points)

1°) Construction : **(1 point)**

1.a) Tracer un triangle ABC tel que AC = 7,5 cm, BC = 10 cm, AB = 6 cm. *(0,5 point)*

1.b) Placer le point E sur [AC] tel que AE = 4,5 cm et F sur [BC] tel que BF = 6 cm. *(0,5 point)*



2°) Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse. (2 points)

- On est en configuration de Thales
  Les points C, E, A et C, F, B sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en C. *(0,5 point)*
- Test : $\begin{cases} \frac{CE}{CA} = \frac{7,5-4,5}{7,5} = \frac{3}{7,5} = \frac{2}{5} = 0,4 \\ \frac{CF}{CB} = \frac{10-6}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4 \end{cases}$ *(0,5 point)*
- Donc $\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB}$ *(0,5 point)*
- et d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MP) et (BC) sont parallèles. *(0,5 point)*

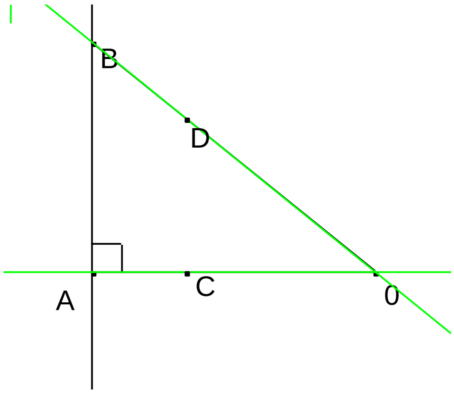
3°) Calculer EF. (1,5 point)

- Données :
  - Les points C, E, A et C, F, B sont alignés sur deux droites sécantes en C.
  - les droites (EF) et (CB) sont parallèles *(0,25 point)*
- Donc d'après le théorème de Thales : *(0,25 point)*
- $\boxed{\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB} = \frac{EF}{AB}}$ *(0,25 point)*
- Soit : $\frac{EF}{6} = \frac{CF}{CB} = \frac{4}{10}$ et $10EF = 4 \times 6$
  D'où : $\boxed{EF = 2,4\ cm}$ *(0,75 point)*

4°) On trace la droite parallèle à (AB) passant par C. Cette droite coupe (BE) en L. Déterminer CL. (2 points)

- **Construction du point L** : **(0,5 point)**
- **Calcul de CL** : **(1,5 point)**
  - Données :
    - Les points B, E, L et B, F, C sont alignés sur deux droites sécantes en B.
    - les droites (EF) et (LC) sont parallèles *(0,25 point)*
  - Donc d'après le théorème de Thales : *(0,25 point)*
  - $\boxed{\frac{BE}{BL} = \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{LC}}$ *(0,25 point)*
  - Soit : $\frac{EF}{LC} = \frac{BF}{BC}$ et $\frac{2,4}{LC} = \frac{6}{10}$ $6\ LC = 2,4 \times 10$
    D'où : $\boxed{LC = 4cm}$ *(0,75 point)*

Exercice 2 **(5,5 points)**



OAB est un triangle rectangle en A.
D appartient à la droite (OB)
et C appartient à la droite (OA).
Les longueurs sont données en millimètres :
OC = 28 ; CD = 21 ; OD = 35 ; OB = 45 ; OA = 36.

1) **Démontrer que le triangle ODC est rectangle en C**. **(1 point)**

Si le triangle ODC est rectangle, c'est en C car OD est le plus grand côté.

- Test : $\begin{cases} OD^2 = 35^2 = 1\,225 \\ OC^2 + CD^2 = 28^2 + 21^2 = 1\,225 \end{cases}$ *(0,25 point)*
- Donc $OD^2 = OC^2 + CD^2$ *(0,25 point)*
- Et d'après la réciproque du théorème de Pythagore, *(0,25 point)*
- le triangle OCD est rectangle en C. *(0,25 point)*

2) **Calculer la mesure du côté [AB]**.**(1,5 point)**

- Le triangle ABO est rectangle en A, *(0,25 point)*
- Donc d'après le théorème de Pythagore *(0,25 point)*
- $BO^2 = BA^2 + AO^2$ *(0,25 point)*
- Soit $AB^2 = BO^2 - AO^2 = 45^2 - 36^2 = 729$

  Donc $\boxed{AB = \sqrt{729} = 27\ mm}$.*(0,75 point)*

3) **Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles en justifiant votre réponse**. **(1 point)**

- **Méthode 1** : En utilisant les questions précédentes.
  - On a montré que le triangle ODC était rectangle en C donc : $(DC) \perp (AO)$ *(0,25 point)*
  - En outre ABC est rectangle en A donc : $(AB) \perp (AO)$ *(0,25 point)*
  - Les droites (AB) et (C D) sont donc perpendiculaires à une même troisième droite (AO), elles sont donc parallèles entre elles par théorème. *(0,5 point)*

- **Méthode 2** : En utilisant la réciproque de Thalès.
  - On est en configuration de Thales
    Les points O, C, A et O, D, B sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en O. *(0,25 point)*
  - Test : $\begin{cases} \frac{OD}{OB} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9} \\ \frac{OC}{OA} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9} \end{cases}$ *(0,25 point)*
  - Donc $\boxed{\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA}}$ *(0,25 point)*
  - et d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles. *(0,25 point)*

4) **Calculer l'aire du triangle ODC**. **(1 point)**

- ODC est un triangle rectangle en C donc : $\boxed{\mathcal{A}ire\ (OCD) = \frac{CD \times CO}{2}}$*(0,25 point)*
- $\mathcal{A}ire\ (OCD) = \frac{21 \times 28}{2}$

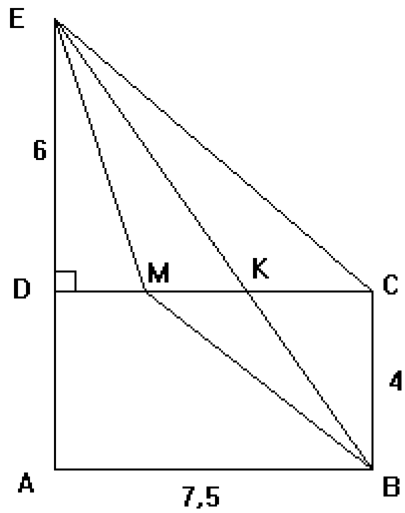
  $\boxed{\mathcal{A}ire\ (OCD) = 294\ mm^2}$ *(0,75 point) et 0,5 si oublie d'unité*

-

5) **A l'aide de la proportionnalité, calculer l'aire du triangle OAB**. **(1 point)**

$\frac{OB}{OD} = \frac{45}{35} = \frac{9}{7}$ donc $\mathcal{A}ire\ (OAB) = \left(\frac{9}{7}\right)^2 \times \mathcal{A}ire\ (OCD) = \boxed{486\ mm^2}$

PARTIE 3 : PROBLEME (12 points)



ABCD est un rectangle. CDE est un triangle rectangle.

On donne les longueurs suivantes : DE = 6 cm; BC = 4 cm et AB = 7,5 cm. Le point M est situé sur le segment [DC].

On pose DM = *x* et K est l'intersection de (BE) et (CD).

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle et il n'est pas demandé de la reproduire.

1) **Démontrer que DK = 4,5 cm.** **(2,5 points)**
- Remarquons tout d'abord que les droites (ED) et (CB) sont parallèles puisqu'elles sont perpendiculaires à (DC). *(0,25 point)*
- On va appliquer le théorème de Thalès dans la configuration croisée.
  - Données :
    - Les points E, K, B et D, K, C sont alignés sur deux droites sécantes en K.
    - les droites (ED) et (CB) sont parallèles *(0,25 point)*
  - Donc d'après le théorème de Thales : *(0,25 point)*
  - $\boxed{\frac{KE}{KB} = \frac{KD}{KC} = \frac{ED}{CB}}$ *(0,25 point)*
  - Soit : $\frac{KD}{KC} = \frac{ED}{CB}$ et $\frac{KD}{KC} = \frac{6}{4}$

    Or $K \in [DC]$ donc $KD + KC = DC = AB = 7{,}5\ cm\ et\ KC = 7{,}5 - KD$

    D'où : $\boxed{\frac{KD}{7{,}5 - KD} = \frac{6}{4}}$ *(1 point)*
  - $4KD = 6(7{,}5 - KD)$ et on obtient $\boxed{KD = \frac{6 \times 7{,}5}{10} = 4{,}5\ cm}$ *(0,5 point)*

Remarque : On peut aussi appliquer Thales dans le triangle EAB avec (DK)//(AB).

On trouve alors : $\frac{DK}{AB} = \frac{ED}{EA}$ soit $\frac{DK}{7{,}5} = \frac{6}{10}$ donc $\boxed{DK = 6 \times \frac{7{,}5}{10} = 4{,}5\ cm}$

2) **Démontrer que l'aire de DEM est égale à 3*x*.** **(1 point)**
- DEM est un triangle rectangle en D donc : $\boxed{\mathcal{A}ire\ (DEM) = \frac{DE \times DM}{2}}$ *(0,25 point)*
- $\mathcal{A}ire\ (DEM) = \frac{6 \times x}{2}$ *(0,5 point)*
- $\boxed{\mathcal{A}ire\ (DEM) = 3x}$ *(0,25 point)*

3) **Calculer MC en fonction de *x*.** **(1 point)**
- ABCD est un rectangle donc $AB = DC$
- Le point M appartient au segment [DC] donc : $MC = DC - DM = 7{,}5 - x$.

  $\boxed{MC = 7{,}5 - x}$

4) **Démontrer que l'aire de BMC est égale à 15 – 2*x*.** **(1,5 point)**
- BMC est un triangle rectangle en C donc : $\boxed{\mathcal{A}ire\ (BMC) = \frac{CM \times CB}{2}}$ *(0,25 point)*
- $\mathcal{A}ire\ (BMC) = \frac{(7{,}5 - x) \times 4}{2}$ *(0,25 point)*
- $\mathcal{A}ire\ (BMC) = \frac{30 - 4x}{2}$ *(0,25 point)*

- $\boxed{\mathcal{A}ire\ (BMC) = 15 - 2x}$ *(0,75 point)*

5) **Calculer l'aire d'EAB.** **(1 point)**

- EAB est un triangle rectangle en A donc : $\boxed{\mathcal{A}ire\ (EAB) = \frac{AE \times AB}{2}}$ *(0,25 point)*
- $\mathcal{A}ire\ (EAB) = \frac{(6+4)\times 7{,}5}{2}$
  $\boxed{\mathcal{A}ire\ (EAB) = 37{,}5\ \mathrm{cm}^2}$ *(0,75 point) et 0,5 si oublie d'unité*

6) Démontrer que l'aire de ABMD est égale à 15 + 2*x*. **(1,5 points)**

- $\mathcal{A}ire\ (ABMD) = \mathcal{A}ire\ (ABCD) - \mathcal{A}ire\ (BMD)$ *(0,5 point)*
- $\mathcal{A}ire\ (ABMD) = 4 \times 7{,}5 - (15 - 2x)$ *(0,25 point)*
- $\mathcal{A}ire\ (ABMD) = 30 - 15 + 2x$ *(0,5 point)*
- $\boxed{\mathcal{A}ire\ (ABMD) = 15 + 2x}$ *(0,25 point)*

Ou calcul directe avec la formule de l'aire d'un trapèze : $\mathcal{A}ire\ (ABMD) = \frac{(DM+AB)\times AD}{2} = \frac{(x+7{,}5)\times 4}{2} = 15 + 2x$

et que l'aire de ABME est 15 + 5*x*. **(1 point)**

- $\mathcal{A}\mathrm{ire\ (ABME)} = \mathcal{A}\mathrm{ire\ (ABMD)} + \mathcal{A}\mathrm{ire\ (DEM)}$ *(0,5 point)*
- $\mathcal{A}\mathrm{ire\ (ABME)} = 15 + 2\mathrm{x} + 3\mathrm{x}$ *(0,25 point)*
- $\boxed{\mathcal{A}\mathrm{ire\ (ABME)} = 15 + 5\mathrm{x}}$ *(0,25 point)*

7) **En utilisant les calculs précédents, déterminer *x* pour que l'aire de ABME soit égale à l'aire de EAB. Le résultat obtenu pouvait-il être prévu ? Expliquer votre réponse**. **(2,5 point)**

- On cherche $x = DM$ pour que : $\boxed{\mathcal{A}ire\ (ABME) = \mathcal{A}ire\ (EAB)}$ *(0,5 point)*
- Soit : $\boxed{15 + 5x = 37{,}5}$ *(0,5 point)*
- $\boxed{x = \frac{37{,}5 - 15}{5} = 4{,}5}$ *(0,5 point)*
- Or si $x = DM = 4{,}5\ cm$, cela correspond au cas où les points M et K sont confondus. *(0,5 point)*
- Lorsque les points M et K sont confondus, le quadrilatère ABME est en fait un triangle, puisque le point K appartient au segment [EB]. C'est le triangle EAB.
  Alors de façon évidente $\mathcal{A}ire\ (ABME) = \mathcal{A}ire\ (EAB)$ et la réciproque est immédiate. *(0,5 point)*