

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)**Exercice 1 : (7 × 1 = 7 points)**

1. $A = -\frac{2}{21}$
2. $B = 2,5 \times 10^{-3}$ (0,75) $B = 0,0025$ (0,25)
3. $C = 4\sqrt{5}$
4. $D = -41$
5. $E = -1$
6. $F = PGCD(315; 300) = 15$
7. $21 \times A + 10^4 \times B + C^2 + D + E + F = 76$

Exercice 2 : (5 points)

1. a. $F = -5x^2 - 7x - 2$ (1,5 pt)
b. $F(2\sqrt{3}) = -62 - 14\sqrt{3}$ (1 pt)
2. $F = (x + 1)(-5x - 2)$ (1,5 pt)
3. $S = \left\{-1; -\frac{2}{5}\right\}$ (1 pt et 0,75 si absence du théorème de l'équation produit)

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)**Exercice 1 : (3 pts)**

1. (1 pt) Les droites (AB) et (CD) sont parallèles car elles sont toutes deux perpendiculaires à une même troisième droite (OC).
2. (2 pts) $CD = \frac{1,5 \times 605}{11} = 82,5 \text{ m}$ En appliquant Thalès dans ODC, les droites (BA) et (DC) étant parallèles.

Exercice 2 : (9 pts)

1. (1 pt) Figure
2. (1,5 pt) Le point C appartient au cercle de diamètre [AB] en étant distinct des points A et B, donc le triangle ABC est rectangle en C.
3. (0,5 pt) Construire la perpendiculaire à (BC) passant par le point D. Elle coupe (BC) en E.
4. a. (2 pts) Les droites (AC) et (DE) sont parallèles car perpendiculaires à une même troisième droite (BC), on peut donc appliquer Thalès dans ABC et on obtient $ED = \frac{3 \times 6}{8} = \frac{9}{4} = 2,25 \text{ cm}$
b. (1,5 pt) Le triangle DEB est rectangle en E donc on peut y appliquer le théorème de Pythagore et on obtient $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{6^2 - 2,25^2}$ soit $BE = \sqrt{30,9375} \approx 5,56 \text{ cm}$
5. Soit F, le point du segment [BE] tel que $BF = \frac{2}{3} BE$.
a. (1,5 pt) Les points B, F, E et B, O, D sont alignés dans cet ordre.
De plus $\frac{BF}{BE} = \frac{2}{3}$ et $\frac{BO}{BD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ donc $\frac{BF}{BE} = \frac{BO}{BD}$
D'après la réciproque du théorème de Thalès, Les droites (OF) et (ED) sont donc parallèles.
b. (1 pt) Pour placer le point F, il suffit donc de tracer la parallèle à la droite (DE) passant par le point O, elle coupe le segment [BE] en F avec $BF = \frac{2}{3} BE$.

PROBLÈME (12 points)

Partie 1 : (3pts)

- $$\left. \begin{array}{l} AC^2 = 20^2 = 400 \\ AB^2 + BC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{La réciproque du théorème de Pythagore assure} \\ \text{que ABC est rectangle en B.} \end{array}$$

(1pt)
- $$\left. \begin{array}{l} \text{(EF) et (BC) sont perpendiculaires} \\ \text{(AB) et (BC) sont perpendiculaires} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même} \\ \text{troisième droite, ALORS elles sont parallèles.} \\ \text{AINSI (EF) et (AB) sont parallèles} \end{array}$$

(1pt)
- $$\text{Aire(ABC)} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{12 \times 16}{2} = \frac{192}{2} = \boxed{96 \text{ cm}^2}. \quad (0,5 + 0,5 \text{ pt})$$

Partie 2 : (2,5pts)

- $$\left. \begin{array}{l} \text{(EF) et (AB) sont parallèles} \\ \text{C, E et A alignés} \\ \text{C, F et B alignés dans le même ordre} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Le théorème de Thalès donne :} \\ \frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB} \\ \text{soit } \frac{4}{16} = \frac{EF}{12} \quad EF = 12 \times \frac{4}{16} \quad \boxed{EF = 3 \text{ cm}}. \end{array}$$

(0,5pts) (0,5pts)
- $$\text{Aire(EBC)} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \times 3}{2} = 24 \text{ cm}^2. \quad (0,5 + 0,5 \text{ pt})$$

Partie 3 : (1.5+1+1+1+1+1=6,5pts)

- $$\left. \begin{array}{l} \text{(EF) et (AB) sont parallèles} \\ \text{C, E et A alignés} \\ \text{C, F et B alignés dans le même ordre} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Le théorème de Thalès donne :} \\ \frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB} \\ \text{soit } \frac{x}{16} = \frac{EF}{12} \quad EF = 12 \times \frac{x}{16} \quad EF = \frac{3}{4}x \text{ cm.} \end{array}$$

(0,5points) (0,5pts)
- $$\text{Aire(EBC)} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \times \frac{3}{4}x}{2} = \frac{12x}{2} = 6x \text{ cm}^2. \quad (0,5 + 0,5 \text{ pt})$$
- $$\begin{array}{l} 6x = 33 \\ x = \frac{33}{6} \\ x = 5,5 \end{array} \quad \text{L'aire de EBC vaut } 33\text{cm}^2 \text{ lorsque } \boxed{CF = 5,5\text{cm}}. \quad (0,5\text{pt})$$

(0,5pt)
- a) (1pt) Le quadrilatère BHEF est un rectangle car il possède 3 angles droits. En effet, \hat{F} est droit par codage, \hat{B} est droit d'après la question 1°), et \hat{H} est droit puisque la hauteur (EH) est perpendiculaire au côté (AB). De ce fait on a bien $EF = BF$ car les côtés opposés d'un rectangle sont de même mesure.

b) (1pt) F appartient à [BC], alors $BF = BC - CF = 16 - x$. (0,5pt)

$$\text{Aire(ABE)} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{AB \times BF}{2} = \frac{12 \times (16 - x)}{2} = 6(16 - x) \text{ cm}^2. (0,5\text{pt})$$
- $$\begin{array}{l} 6(16 - x) = 2 \times 6x \\ 32 - 6x = 12x \\ 32 = 18x \end{array} \quad (0,5\text{pt})$$

alors $x = \frac{32}{18} = \frac{16}{9}$ Pour $\boxed{x = \frac{16}{9}}$ Aire(EAB) est le double de Aire(EBC). (0,5pt)