Correction du
Brevet Blanc n°2 de Mai 2007
Mathématiques

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)
ACTIVITES NUMERIQUES : CORRIGE ET BAREME

Exercice 1 : *(Pour chaque expression **0,5** pour calculs détaillés ; **0,5** pour résultat demandé soit : **1 + 1 + 1 = 3 points**)*

1. $A=\frac{15}{8}:\left(3-\frac{1}{2}\right)$	2. $B=2\sqrt{48}+5\sqrt{3}-\sqrt{108}$	3. $C=\frac{15\times10^3\times27}{9\times10^8}$
$A=\frac{15}{8}:\left(\frac{3\times2}{2}-\frac{1}{2}\right)$	$B=2\sqrt{16\times3}+5\sqrt{3}-\sqrt{36\times3}$	$C=\frac{15\times27\times10^3}{9\times10^8}$
$A=\frac{15}{8}:\left(\frac{6}{2}-\frac{1}{2}\right)$	$B=2\sqrt{16}\times\sqrt{3}+5\sqrt{3}-\sqrt{36}\times\sqrt{3}$	$C=\frac{15\times3\times9\times10^3}{9\times10^8}$
$A=\frac{15}{8}:\left(\frac{6-1}{2}\right)$	$B=2\times4\times\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\times\sqrt{3}$	$C=\frac{15\times3\times{\scriptstyle 9}\times10^3}{{\scriptstyle 9}\times10^8}$
$A=\frac{15}{8}:\left(\frac{5}{2}\right)$	$B=8\times\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\times\sqrt{3}$	$C=\frac{15\times3\times10^3}{10^8}$ simplifier p
$A=\frac{15}{8}\times\frac{2}{5}$	$B=8\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{3}$	$C=\frac{15\times3\times10^3}{10^8}$
$A=\frac{15\times2}{8\times5}$	$B=7\sqrt{3}$ car $:8+5-6=7$	$C=\frac{45\times10^3}{10^8}$ car $15\times3=4$
$A=\frac{3\times5\times2}{2\times4\times5}$ car $15=3\times5;8=2\times4$	Par identification : $a=7$ et $b=3$	$C=45\times\frac{10^3}{10^8}=45\times10^3\times10^{}$
$A=\frac{3\times{\scriptstyle 5}\times{\scriptstyle 2}}{{\scriptstyle 2}\times4\times{\scriptstyle 5}}$ simplifier par 2 et par 5		$C=45\times10^{3-8}=45\times10^{-5}$
$A=\frac{3}{4}$ (fraction irréductible)		$C=4{,}5\times10\times10^{-5}=4{,}5\times10$
		$C=4{,}5\times10^{1-5}=4{,}5\times10^{-4}$
		$C=4{,}5\times10^{-4}$ (écriture scient

Exercice 2 : *(1- Résolution correcte (avec ou sans vérification) **2 pts** ; 2- Solution justifiée par le système**1pt** = 3 **points**)*

1. Résolution du système de 2 équations à 2 inconnues : $\begin{cases}2x+3y=50 & \text{(équation 1)}\\ x+5y=39 & \text{(équation 2)}\end{cases}$ En utilisant la méthode par combinaison linéaire, multiplions les termes de chaque membre de l'équation 2 par 2. $\begin{cases}2x+3y=50 & \text{(équation 1)}\\ 2\times x+2\times5y=2\times39 & 2\times\text{(équation 2)}\end{cases}$	Remplacer y par 4 dans l'une des équations 1 ou bien 2. En prenant l'équation 2, calculer x comme suit : $x+5y=39$ $x+5\times4=39$ L'équation 2 donne : $x+20=39$ $x=39-20$ $x=19$ Vérification :

Ce qui donne :

$$\begin{cases} 2x+3y=50 & \text{(équation 1)} \\ 2x+10y=78 & \text{2 (équation 2)} \end{cases}$$

Soustraire membre à membre : (éq.1) – 2(éq.2). Ce qui donne :

$$(2x+3y)-(2x+10y)=50-78$$

$$2x+3y-2x-10y=-28$$

$$2x-2x+3y-10y=-28$$

$$0x \quad - \quad 7y \quad =-28$$

$$-7y \quad =-28$$

$$y=\frac{-28}{-7}=+\frac{28}{7}=\frac{4\times 7}{7}=4$$

Lorsque $x=19$ et $y=4$ alors le premier membre de

- l'équation 1 donne : $2\times 19+3\times 4=38+12=50$
donc l'égalité de l'équation 1 est vérifiée.
- l'équation 2 donne :
$x+5y=19+5\times 4=19+20=39$
donc l'égalité de l'équation 1 est vérifiée.

On en conclut que le couple $(x=19; y=4)$ est la solution du système.

2. En désignant par x le prix du ticket de tennis et par y le prix du ticket de piscine, faire la mise en équation du problème :

- pour Sonia : $50-(2x+3y)=0$ (équation 1)
- pour Samia : $50-(x+5y)=11$ (équation 2)

Le système formé par les deux équations devient :

$$\begin{cases} 50-(2x+3y)=0 & \text{(éq.1)} \\ 50\text{ - }(x+5y)=11 & \text{(éq.2)} \end{cases}$$

Après suppression des parenthèses, cela donne :

$$\begin{cases} 50-2x-3y=0 & \text{(éq.1)} \\ 50-x-5y=11 & \text{(éq.2)} \end{cases}$$

Ce qui équivaut à : $\begin{cases} 50=2x+3y & \text{(éq.1)} \\ 50-11=x+5y & \text{(éq.2)} \end{cases}$

Comme $50-11=39$ on obtient :

$$\begin{cases} 50=2x+3y & \text{(éq.1)} \\ 39=x+5y & \text{(éq.2)} \end{cases}$$

ou encore le système de la question 1.

$$\begin{cases} 2x+3y=50 & \text{(équation 1)} \\ x+5y=39 & \text{(équation 2)} \end{cases}$$

Il en résulte :
le ticket de tennis coûte 19 € et le ticket de piscine coûte 4 €

Exercice 3 : *1. Développer :**1pt** ; 2. Calcul : **0.5pt** ; Factoriser : **0.5pt** ; Résoudre : **1 pt** = **1+0,5+0,5+1 = 3 points***

1. Développer D :

$$D=(3x+5)(x-2)-(x-2)^2$$

Utiliser la distributivité puis $(a+b)^2=a^2-2ab+b^2$

$$D=3x\times x-3x\times 2+5\times x-5\times 2-(x^2-4x+4)$$

$$D=3x^2-6x+5x-10-x^2+4x-4$$

$$D=2x^2+3x-14$$

3. Factoriser D

$$D=(3x+5)(x-2)-(x-2)^2$$

$$D=(3x+5)(x-2)-(x-2)(x-2)$$

$$D=(x-2)[(3x+5)-(x-2)]$$

$$D=(x-2)(3x+5-x+2)$$

$$D=(x-2)(2x+7)$$

2. Calculer D lorsque $x=\sqrt{3}$

Dans l'expression développée de D remplacer x par $\sqrt{3}$:

$$D=2\times\left(\sqrt{3}\right)^2+3\times\sqrt{3}-14$$

$$D=2\times 3+3\sqrt{3}-14$$

$$D=6+3\sqrt{3}-14$$

$$D=3\sqrt{3}-8$$

4. Résoudre l'équation $(x-2)(2x+7)=0$

Ceci est une équation - produit nul.
Un produit de facteurs est nul si l'un, au moins, des facteurs est nul. Donc :

Soit $x-2=0$

$$x=2$$

Soit $2x+7=0$

$$2x=-7$$

$$x=\frac{-7}{2}$$

$$x=-\frac{7}{2}=$$

Vérifier !

	Les solutions de l'équation sont : $x = 2$ et $x = -3{,}5$

Exercice 4 : *(1°. Médiane : **1 pt** ; 2°. Moyenne : **1pt** ; 3°. Etendue : **0,5 pt** ; 4°. Commentaire : **0,5 pt** = 3 **points**)*
Préliminaire pour le tableau de la série de notes des filles (2ème tableau) :
Effectif total = 14 (soit par 27-13 soit par comptage)

1. Calcul du pourcentage de notes inférieures à 12,5 :
Le pourcentage de notes inférieures à 12,5 s'obtient en faisant le pourcentage de la somme des effectifs correspondants aux notes 7, 9, 10, et 12. Ce qui donne :
2 + 2 + 1 + 1 +1 = 7 : Cela signifie que 7 filles sur le 14 filles ont des notes inférieures à 12,5

Le pourcentage de notes inférieures à12,5 est $\frac{7}{14} \times 100 = 0.5 \times 100 = 50\%$ ***(0.5 point)***

La médiane étant, par définition, la valeur du caractère statistique qui partage la population en deux groupes de même
effectif; donc la note médiane des filles est 12,5. ***(0.5 point)***
Cela signifie : 50% des filles ont des notes inférieures à 12,5. Donc, 50% ont des notes supérieures à 12,5.
Remarque : Tout calcul par les fréquences (ou pourcentages) cumulés croissants est acceptable qu'il soit fait sous forme de tableau ou non.

2. Calcul de la note moyenne des filles :

$$\frac{7\times 2+9\times 2+10\times 1+11\times 1+12\times 1+13\times 3+14\times 2+15\times 2}{2+2+1+1+1+3+2+2} = \frac{14+18+10+11+12+39+28+30}{14} = \frac{162}{14} \cong 11{,}57$$

La note moyenne des filles est : 11,57. ***(1 point)***

3. L'étendue des notes des filles est : 15 – 7 = 8. C'est, simplement, l'écart entre la plus forte note et la plus faible note. ***(0,5 point)***

4. En comparant les notes médianes, les notes moyennes et les étendues de notes, nous observons :
1°) La note médiane et la note moyenne chez les filles sont supérieures à celle des garçons. Ce la signifie que :
globalement, les notes filles sont meilleures aux notes des garçons.

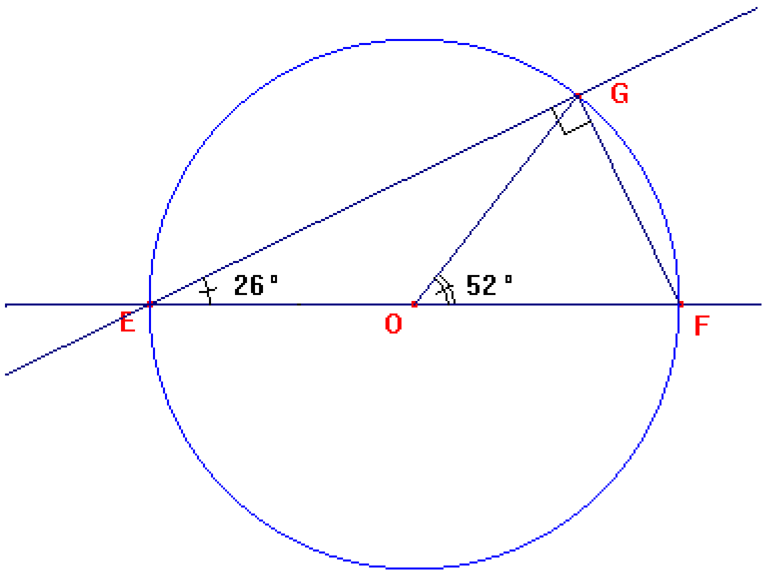
2°) Dans les deux cas, la moyenne est inférieure à la médiane, ce qui signifie que :
les répartition des notes chez les filles et chez les garçons sont similaires.

3°) L'étendue des notes des garçons est plus grande que celle des notes des filles. Cela signifie que
la répartition des notes chez les filles est moins dispersée autour de la moyenne et de la médiane.
(Si l'élève fait allusion à, au moins, deux de ces commentaires ***(0,5 point)***

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **(12 points)**

Exercice 1 : **(4 points)**

1. Tracer la figure



(1 point)

2. Démontrer que le triangle EFG est un triangle rectangle en G.

G étant situé sur le cercle de diamètre [EF], l'angle $\widehat{EGF}$ est droit. Car par théorème : ***(1 point)***

Si un point G appartient au cercle de diamètre [EF] (en étant distinct de E et F) *Alors, le triangle EGF est rectangle en G.*

3. Calculer une valeur approchée de la longueur FG, arrondie au millimètre. ***(1 point)***

Le triangle EFG est rectangle en G d'après la question précédente donc : ***(0.25 pt)***

$\frac{FG}{EF} = \sin(\widehat{FEG})$ ***(0.25 pt)*** soit $\frac{FG}{7} \approx 0{,}438$ ***(0.25 pt)***

$FG \approx 0{,}438 \times EF = 0{,}438 \times 7 = 3{,}068$

La longueur de EG au millimètre près est de $\boxed{EG \approx 3{,}1 \text{ cm}}$. ***(0.25 pt)***

4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{GOF}$ (justifier votre réponse). ***(1 point)***

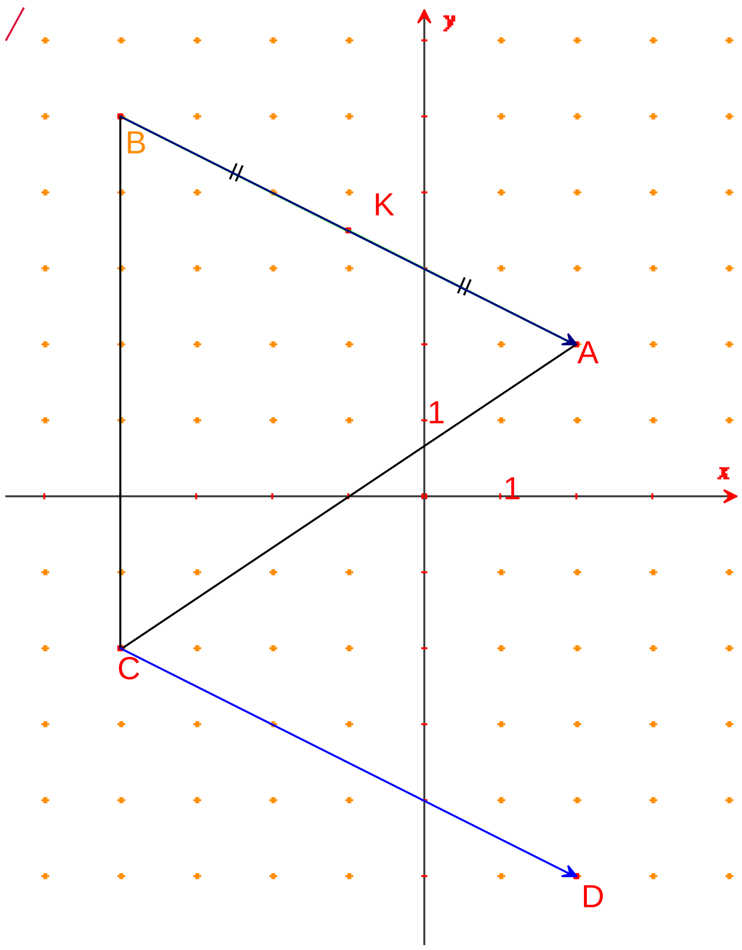
- Méthode 1 : Avec l'angle au centre.
  $\widehat{GOF}$ est l'angle au centre interceptant le même arc que l'angle $\widehat{FEG}$ il a donc une mesure double de celle de $\widehat{FEG}$. Sa mesure est donc de 26° *x* 2 = 52 ° soit $\boxed{\widehat{GOF} = 52°}$

- Méthode 2 : Directement en raisonnant sur les angles de triangles
  Puisque les points E et G appartiennent au cercle de centre O, le triangle EOG est isocèle en O. De ce fait les angles $\widehat{GEO}$ et $\widehat{OGE}$ sont de même mesure soit 26° et donc l'angle $\widehat{EOG}$ mesure 180°-2×26° = 128°.

  Par conséquent $\widehat{GOF}$ mesure 180° - $\widehat{EOG}$ = 180°-128° = 52°. Soit $\boxed{\widehat{GOF} = 52°}$

Exercice 2 : **(6 points)**

1. Placer les points A (2 ; 2), B (-4 ; 5) et C (- 4 ; - 2). ***(0,75 pt)***



2. a) Montrer que AC est égale à $\sqrt{52}$cm. (***1 point***)

$\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-4-2)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$ Soit $\boxed{\textbf{AC} = \sqrt{52}\ \textbf{cm}}$

2b) Calculer BC. (***1 point***)

$\sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-4 - (-4))^2 + (-2 - 5)^2} = \sqrt{0^2 + (-7)^2} = \sqrt{0 + 49} = \sqrt{49} = 7$ donc $\boxed{\textbf{BC = 7 cm}}$

2c) Le triangle ABC est-il isocèle en C ? Justifier. (***0.5 pt***)

Puisque AC ≠ BC le triangle **ABC n' est pas isocèle en C**.

3. *a)* Construire le milieu *K* du segment *[AB]*. *(voir figure)* (***0.25 pt***)

b) La droite (CK) est-elle la médiatrice du segment [AB] ? Justifier. (***0.5 pt***)

La médiatrice de [AB] est l'ensemble des points équidistants de A et de B. C n'étant pas équidistant de A et B, il n'est pas situé sur la médiatrice de [AB]. **(CK) n'est pas la médiatrice de [AB]**

5 a) Construire le point D, image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$. (*cf. figure*) (***0.5 pt***)

5 b) Déterminer les coordonnées du point D.

$\overrightarrow{BA}\ (x_A - x_B\ ,\ y_A - y_B) = \overrightarrow{BA}\ (2 + 4\ ,\ 2 - 5) = \boxed{\overrightarrow{BA}\ (6\ ,\ -3\ )}$ (***0.5 pt***)

Puisque D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$ on a l'égalité $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$

Soit $\begin{cases} x_D - x_C = 6 \\ y_D - y_C = -3 \end{cases}$ et $\begin{cases} x_D = 6 + x_C = 6 - 4 = 2 \\ y_D = -3 + y_C = -3 - 2 = -5 \end{cases}$ soit **D (2 , - 5)** (***0.5 pt***)

5 c) Que dire du quadrilatère ABCD ? (***0.5 pt***)

On a l'égalité $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$, cela impose que **le quadrilatère ABCD est un parallélogramme**.

Ce n'est pas un losange car AB ≠ BC et pas un rectangle puisque l'angle $\widehat{ABC}$ n'est pas droit (il ne semble vraiment pas l'être et un calcul le confirmera).

Exercice 3 : (2 points)

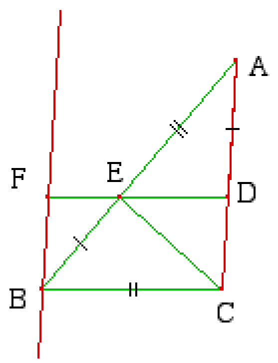
1) Montrer que ED = 1,8. (***1 point***)

Dans le triangle ABC, $\begin{cases} \text{E appartient à [AB]} \\ \text{D appartient à [AC]} \\ \text{la droite (ED) est parallèle à la droite (BC)} \end{cases}$ (***0.25 pt***)

donc on peut utiliser le théorème de Thalès (***0.25 pt***): $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC}$ (***0.25 pt***)

On utilise l'égalité : $\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC}$ soit $\frac{3}{2+3} = \frac{ED}{3}$ et $\boxed{\mathbf{ED = \frac{9}{5} = 1{,}8\ cm}}$ (***0.25 pt***)

2) Les droites (AD) et (BF) sont-elles parallèles ? (***1 point***)



Les points B, E, A sont alignés ; les points F, E, D sont alignés et sont dans le même ordre que les points précédents. (***0.25 pt***)

Or on a :

$\frac{EB}{EA} = \frac{2}{3}$; $\frac{EF}{ED} = \frac{3 - 1{,}8}{1{,}8} = \frac{1{,}2}{1{,}8} = \frac{12}{18} = \frac{2 \times \cancel{6}}{3 \times \cancel{6}} = \frac{2}{3}$ (***0.25 pt***)

Donc $\frac{EB}{EA} = \frac{EF}{ED}$ et d'après la réciproque du théorème de Thalès : (***0.25 pt***) et

les droites (BF) et (AD) sont parallèles. (***0.25 pt***)

Problème (12 points)

1) Recopier et compléter le tableau *8×0.25 = (2 points)*

Nombre de bouteilles	1	5	***10***	***13***	15
Prix au tarif 1 en euros	7,5	***37,5***	***75***	97,5	***112,5***
Prix au tarif 2 en euros	***24***	48	78	***96***	***108***

2) Exprimer le prix payé par le consommateur en fonction du nombre *x* de bouteilles (*1 pt*)

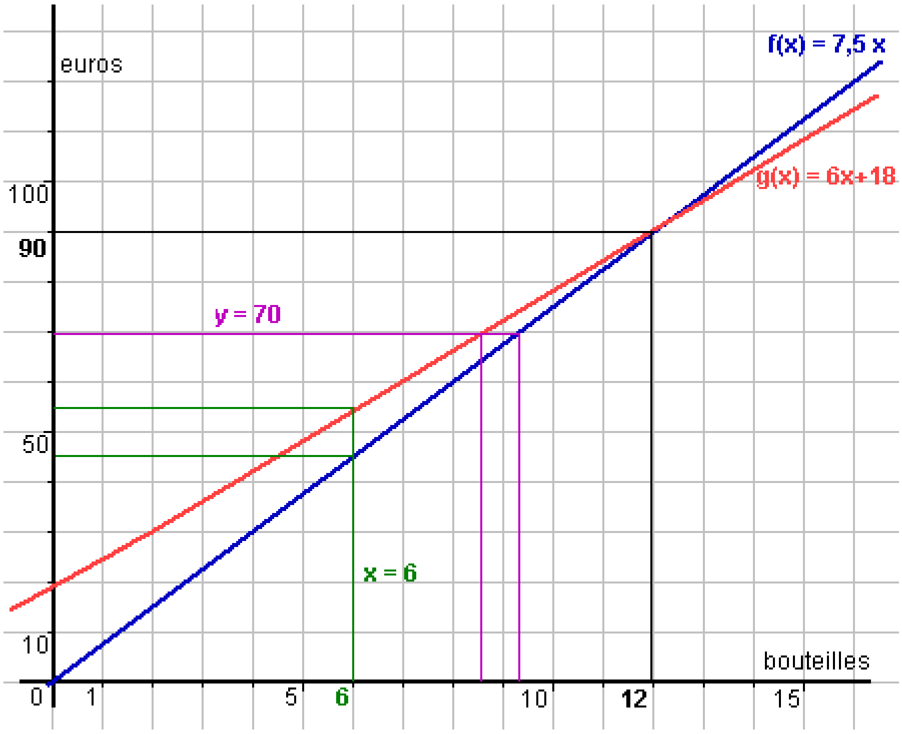
$\boxed{P_1(x) = 7{,}5\,x}$ $\boxed{P_2(x) = 6x + 18}$

3) Tracer les représentations graphiques des fonctions *f* et *g* (*3 points*)

Les fonctions f et g sont des fonctions affines donc leurs courbes représentatives sont des droites et 2 points suffisent pour les tracer.

x	0	15
f(x) = 7,5x	0	115,5

x	0	15
g(x) = 6x+18	18	108



4) *a*) On veut acheter 6 bouteilles. Quel est le tarif le plus avantageux ?

On constate que pour *x* = 6, la représentation graphique de *g* est au dessus de celle de *f*.
Donc $P_2 > P_1$, **le premier tarif est plus avantageux**. (*1 pt*)

b) On dispose de 70 euros. Lequel des deux tarifs permet d'acheter le plus grand nombre de bouteilles ?

On constate que la représentation graphique de *f* atteint une ordonnée de 70 pour une valeur de *x* supérieure.
Le premier tarif est plus avantageux.(*1 pt*)

Préciser ce nombre de bouteilles.

Pour une ordonnée de 70, $f(x)$ a une valeur comprise entre 9 et 10.

On peut acheter 9 bouteilles (***1 pt***) et il reste un peu d'argent.

5) *a*) Déterminer graphiquement pour combien de bouteilles le prix de revient est identique, quel que soit le tarif choisi. Donner ce nombre de bouteilles.

Le deux représentations se coupent pour $x = 12$, . **Le nombre de bouteilles est 12**. (***1 pt***)

Quel est le prix correspondant ?

On voit que lorsque $x = 12$, cas $f(x) = g(x) = 90$. **Le prix est 90 euros**. (***1 pt***)

b) Vérifier ces deux derniers résultats par des calculs. (***1 pt***)

La réponse est la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ soit $7{,}5x = 6x + 18$.

$7{,}5x = 6x + 18$

$7{,}5x - 6x = 18$

$1{,}5x = 18$

$x = 18 : 1{,}5 = 12$

L'équation a une solution, $x =$ **12**. Dans ce cas $f(x) = 7{,}5 * 12 =$ **90** ce qui vérifie le résultat donné précédemment..