Session 2012

Brevet Blanc n°2 de Mathématiques

CORRECTION

Partie numérique : (12 points)

Exercice n°1 : $0,75 \times 4 = 3 \; points$

1. **a) Affirmation n°1** : **FAUX**.

   En effet pour $x = 0$ par exemple on a : $(3x-2)^2 = (-2)^2 = 4 \; et \; 9x^2 - 4 = -4$

   Le développement correct est : $\boxed{(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4}$

   b) Affirmation n°2 : **FAUX**

   Soit P le prix de départ, le mardi après l'augmentation le prix devient $P + \frac{10}{100}P = 1{,}1P$

   Puis le mercredi : $1{,}1P - \frac{10}{100} \times 1{,}1P = 1{,}1P \times 0{,}9 = \boxed{0{,}99 \times P}$

   Cela correspond à une baisse de 1% par rapport au prix initial.

2. **a) A : FAUX** $\boxed{A = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{98} = -18\sqrt{2}}$ **b) B : VRAI** $\boxed{B = \frac{3\times10^2\times5\times10^4}{12\times(10^3)^3} = 1{,}25 \times 10^{-3}}$

Exercice n°2 : (0.5+1+1+1+1+0.5+1=6 points)

1. Par une lecture graphique, donner les images de $0 \; et \; 3 \; par \; f$. $\boxed{f(0) = -4}$ et $\boxed{f(3) = 2}$
2. Les antécédents **de 0 par f sont 1 et 4** ; et ceux **de -4 sont 0 et 5**.
3. On connait l'expression de la fonction f. Elle est définie par : $f(x) = (x-1)^2 - (2x-5)(x-1)$
   a. Développement : $\boxed{f(x) = -x^2 + 5x - 4}$.
   b. Factorisation : $\boxed{f(x) = (x-1)(-x+4)}$.
   c. Résoudre l'équation : $(x-1)(4-x) = 0$

      - C'est une équation produit et par théorème, un produit de facteurs est nul si et seulement si, l'un au moins des facteurs est nul.

      - Donc $(x-1) = 0 \; ou \; (4-x) = 0 \quad soit \; après \; résolution$ $\boxed{\mathcal{S} = \{1;4\}}$.
   d. En déduire les coordonnées des points d'intersection de C_f et de l'axe des abscisses.

      Les points d'intersection de C_f et de (Ox) sont : $\boxed{A(1;0) et \; B(4;0)}$
4. Par le calcul maintenant : $\boxed{f(2) = 2}$ et $\boxed{f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{9}{4} = 2{,}25}$.

Exercice n°3 : $(0,5 \times 4 + 1 = 3 \; points)$

Nombre de téléphones	0	1	2	3	4	5	6	TOTAL
Effectifs	11	35	75	96	95	40	25	377

1. Calculer le nombre moyen de téléphones par foyer.

$$\boxed{\overline{m} = \frac{0\times11+1\times35+\cdots+6\times25}{11+35+\cdots+25} = \frac{1203}{377} \approx 3{,}2\ (arrondi\ au\ dixième)}$$

2. Calculer le pourcentage de familles n'ayant aucun téléphone portable.

$\boxed{\frac{11}{377} \times 100 \approx 2{,}92 \text{ soit } 2{,}9\% \text{ environ (à } 0{,}1\% \text{ près)}}$

3. Le pourcentage de familles ayant au moins 3 téléphones. Il y a : $96 + 95 + 40 + 25 = 256$ familles ayant au moins 3 téléphones soit : $\boxed{\frac{256}{377} \times 100 \approx 67{,}9 \text{ soit } 67{,}9\% \text{ environ (à } 0{,}1\% \text{ près)}}$

4. Calculer l'étendue de la série statistique. $\boxed{\text{étendue} = 6 - 0 = 6}$

5. Calculer le nombre médian de téléphones.

Il y a 377 valeurs $et\ \frac{377}{2} = 188{,}5$ donc ma médiane est la 189ème valeur soit $\boxed{Me = 3}$.

Partie géométrique : (12 points)

Exercice n°1 : 1+1,5+1+1,5 = 5 points

1. Démontrer que le triangle PRC est un triangle rectangle.

Le point C appartient au cercle de diamètre [RP] donc RPC est rectangle en C.

2. Calculer la distance RC en brasses.

RPC rectangle en C donc $\cos\widehat{R} = \frac{RC}{RP}$ $soit\ \cos 60° = \frac{RC}{3\,000}$ et $\boxed{RC = 3\,000 \times \cos 60° = 1\,500\ brasses}$

3. Donner alors une valeur la distance entre phare P et le rocher R en m puis en km.

1 brasse vaut 1,8288 mètre donc

$PR = 3\,000\ brasses = 3\,000 \times 1{,}8288\ m = \boxed{5\,486{,}4\ mètres = 5{,}4864\ km}$

4. Calculer une valeur approchée de la distance PC en mètre, arrondi à 1 cm près.

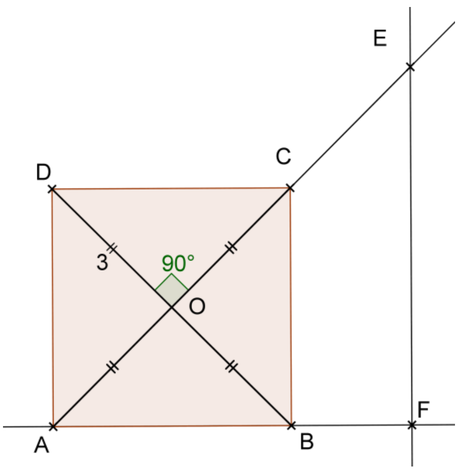
RPC rectangle en C donc

$sin\ \widehat{R} = \frac{PC}{RP}$ $soit\ sin\ 60° = \frac{PC}{3\,000}$ et $\boxed{PC = 3\,000 \times sin\,60° \approx 2\,598{,}076\ brasses \approx 4\,751{,}36\ m}$

Exercice n°2 : 1 (figure)+1(q2)+1,5(q3)+1,5(q5)= 5 points

1. Construire le carré ABCD en vraie grandeur.
2. Le triangle BCO est rectangle et isocèle en O.

Dans un carré ABCD de centre O, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu, ont même longueur et sont perpendiculaires. Donc le triangle BCO est rectangle et isocèle en O.



3. Montrer que $BC = \sqrt{18}\ cm$.
   - BCO isocèle en O donc $OB = OC = 3cm$.
   - BCO rectangle en O donc d'après le théorème de Pythagore :

$BC^2 = BO^2 + OC^2 = 3^2 + 3^2 = 18\ \ donc$ $\boxed{BC = \sqrt{18}\ cm}$

4. Sur la demi-droite [AO), placer un point E tel que $AE = 9\ cm$.

Tracer la droite parallèle à la droite (BC) passant par E. Elle coupe la droite (AB) en F.

5. Calculer la valeur exacte de la longueur EF. Justifier votre réponse. On se place dans le triangle AEF.
   - **Données** : $\begin{cases} Les\ points\ A, C, E\ et\ A, B, F\ sont\ alignés\ (sur\ 2\ sécantes\ en\ A) \\ Les\ droites\ (CB) et\ (EF) sont\ parallèles \end{cases}$
   - Donc d'après le **théorème de Thalès** : $\boxed{\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{FE}}$

- En remplaçant par les valeurs on obtient :

$\frac{AB}{AF} = \frac{6}{9} = \frac{\sqrt{18}}{EF}$ $soit$ $\boxed{EF = \frac{9\sqrt{18}}{6} = \frac{3\sqrt{18}}{2} = \frac{3\times3\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{2}\sqrt{2}\ cm}$

Exercice n°3 : $0,5 \times 4 = 2\ points)$

	A	B	C	D
Q1	$7{,}8\ cm$			
Q2	$\widehat{DBC} \approx 53°$			
Q3				$\boxed{BF = \frac{75}{26}\ cm}$
Q4		(MP) et (BC) ne sont pas parallèles		

Problème : (12 points)

Partie 1 : 2+1+1 = 4 points

1. Algorithme d'Euclide :

étape	a	b	reste	Division
1	130	78	52	$130 = 78\times1+52$
2	78	52	26	$78 = 52\times1+26$
3	52	26	0	$52 = 26\times2+0$

Algorithme des soustractions :

étape	a	b	a-b
1	130	78	52
2	78	52	26
3	52	26	26
4	26	26	0

Le PGCD de 130 et 78 est le dernier reste non nul (ou la dernière différence) donc d'après ces tableaux, $\boxed{PGCD(130\,;78) = 26}$

2. Le nombre de boites est un diviseur du nombre de chocolats et du nombre de biscuits pour pouvoir répartir les confiseries comme indiqué dans l'énoncé. Il s'agit donc d'un diviseur commun. Comme 26 est le plus grand diviseur commun de 130 et de 78, il peut remplir au maximum **26 boites**.
3. Dans chaque boite, il y a donc $\frac{130}{26} = 5$ biscuits et $\frac{78}{26} = 3$ chocolats

Partie 2 : 1 + (1 + 1) + 1 = 4 points

4. $f(26) = 18000 + 20\times26 = 18520$
5. **Lecture graphique : 0,5 par réponse et 0,5 pour les tracés.**
   a. $f(150) = 21000$
   b. l'antécédent de 19 000 est 50
6. La représentation graphique de *f* est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère donc la fonction *f* est une fonction affine.

Partie 3 : 1 + 2 + 1 = 4 points

7.

x	0	120	140	150
$g(x)$	0	24 000	28 000	30 000

8. La fonction g est linéaire, de ce fait sa courbe représentative est une droite passant par l'origine du repère. Le tableau de valeur ci-dessus nous donne les coordonnées d'un autre point, par exemple (150 ;30 000)
9. Graphiquement, on trace la fonction linéaire associée à *g* et on lit les coordonnées du point d'intersection des deux droites tracées. On lit ainsi (100 ;20 000). Rédouane doit donc vendre **au moins 100 boites**.

Par le calcul, on doit résoudre $g(x) \geq f(x)$ soit $200x \geq 18000 + 20x$ soit $180x \geq 18000$ et finalement $x \geq 100$.

ANNEXE