Correction : Diplôme National du Brevet - Brevet Blanc n°2
MATHÉMATIQUES

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (3 points)

1°) $\mathbf{A} = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} \div \frac{18}{17}$ $A = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{17}{3\times6}$ $A = = \frac{3}{5} + \frac{17}{15}$ $A = = \frac{3\times3 + 17}{15}$ $\boxed{\mathbf{A = \frac{26}{15}}}$ ***1 point***	2°) On considère $\mathbf{B} = \sqrt{25} + \sqrt{20} + \sqrt{80}$ $B = 5 + \sqrt{4\times5} + \sqrt{16\times5}$ $B = 5 + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$ $\boxed{\mathbf{B = 5 + 6\sqrt{5}}}$ ***1 point***	$\mathbf{C} = (\sqrt{5} - 2)^2 + (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$ $C = (\sqrt{5})^2 - 4\sqrt{5} + 4 + (\sqrt{5})^2 - 1^2$ ***(0.5 pt)*** $C = 5 - 4\sqrt{5} + 4 + 5 - 1$ $\boxed{\mathbf{C = 13 - 4\sqrt{5}}}$ ***1 point***

Exercice 2 : (3 points) On considère l'expression : $\mathbf{D} = (5x + 7)^2 - 81$

1) Développer D $D = 25x^2 + 70x + 49 - 81$ donc $\boxed{\mathbf{D = 25x^2 + 70x - 32}}$ ***1 point***

2) Factoriser D $D = (5x + 7)^2 - 9^2 = [5x + 7 + 9]\times[5x + 7 - 9]$ donc $\boxed{\mathbf{D = (5x + 16)\times(5x - 2)}}$ ***1 point***

3) Résoudre l'équation $(5x + 16)(5x - 2) = 0$
C'est une équation produit, or par théorème, Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul.
Donc : $5x + 16 = 0$ ou $5x - 2 = 0$

Soit $x = -\frac{16}{5}$ ou $x = \frac{2}{5}$ Les solutions de l'équation sont donc : $\boxed{\mathbf{S = \{ -\frac{16}{5} , \frac{2}{5} \}}}$ ***1 point***

Exercice 3 : (3 points)
Le responsable du CDI d'un collège voudrait renouveler le stock d'atlas et de dictionnaire. Au premier trimestre il commande 1 atlas et 2 dictionnaires. La facture est de 76 euros, Au deuxième trimestre les prix n'ont pas changé, il commande 4 atlas et 1 dictionnaire. La facture est de 115 €. Quel est le prix d'un atlas ? Quel est le prix d'un dictionnaire ?

1°) Mise en équation ***(1 point)***
On pose x le prix d'un atlas et y le prix d'un dictionnaire.
« Au premier trimestre il commande 1 atlas et 2 dictionnaires. La facture est de 76 euros », donc $x + 2y = 76$
« Puis, il commande 4 atlas et 1 dictionnaire. La facture est de 115 euros. », donc $4x + y = 115$

x et y vérifient donc le système : (S) : $\begin{cases} x + 2y = 76 & (E_1) \\ 4x + y = 115 & (E_2) \end{cases}$

2°) Résolution du système : ***(1,5 point)***

Par combinaison linéaires, $2\times(E_2) - (E_1)$: $-7x = -154$ soit $\boxed{\mathbf{x = 22}}$

Donc : $22 + 2y = 75$ soit $2y = 54$ et $\boxed{\mathbf{y = 27}}$

3°) Conclusion : ***(0,5 point)***

Le prix d'un atlas est donc de 22 euros et celui d'un dictionnaire de 27 euros.

Exercice 4 : (3 points)

1°) Pour calculer le PGCD de 496 et 806

Utilisons l'algorithme d'Euclide

806	**=**	**1**	×	**496**	**+**	**310**
496	**=**	**1**	×	**310**	**+**	**186**
310	**=**	**1**	×	**186**	**+**	**124**
186	**=**	**1**	×	**124**	**+**	$\boxed{\mathbf{62}}$
124	**=**	**2**	×	**62**	**+**	**0**

Donc $\boxed{\text{PGCD(806 ;496) = 62}}$ ***(1 point)***

C'est le dernier reste non nul. ***(- 0.5pt si les deux arguments « Euclide » et « dernier reste non nul » sont absents)***

2°) $\frac{496}{806} = \frac{62\times8}{62\times13} = \boxed{\mathbf{\frac{8}{13}}}$ ***(1 point)***

3°) $\frac{496}{806} - \frac{3}{26} = \frac{8}{13} - \frac{3}{26}$

$= \frac{2\times8 - 3}{26}$

$= \frac{13}{26} = \boxed{\mathbf{\frac{1}{2}}}$ ***(1 point)***

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

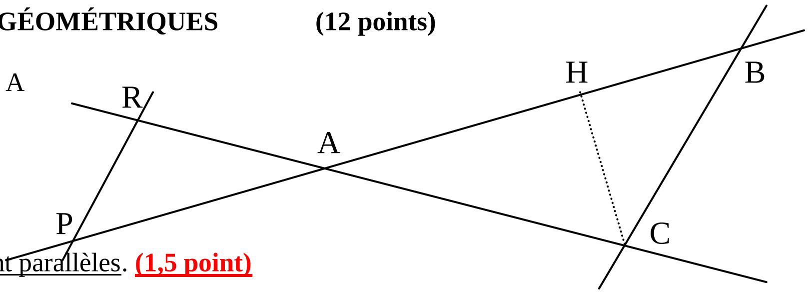
Exercice 1 : (4 points)

Deux droites (RC) et (BP) sont sécantes en un point A

On a AR = 5,5 cm AP = 7, 5 cm

AC = 22 cm AB = 30 cm

BC = 18 cm $\widehat{BAC} = 32°$



1) Démontrer que les droites (PR) et (BC) sont parallèles. **(1,5 point)**

Les triangles ARP et ACB sont en configuration de Thalès : $\begin{cases} \text{R, A et C alignés dans cet ordre} \\ \text{P, A et B alignés dans cet ordre} \end{cases}$ ***(0,5 pt)***

Test : $\begin{cases} \dfrac{AC}{AR} = \dfrac{22}{5.5} = \dfrac{44}{11} = 4 \\ \dfrac{AB}{AP} = \dfrac{30}{7.5} = \dfrac{60}{15} = 4 \end{cases}$ Donc $\dfrac{AC}{AR} = \dfrac{AB}{AP}$ ***(0,5 pt)***

et d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (RP) et (BC) sont parallèles. ***(0,5 pt)***

2) Calculer la longueur RP : (**1,5 point)**

Les droites (RP) et (BC) sont parallèles et $\begin{cases} \text{R, A et C alignés dans cet ordre} \\ \text{P, A et B alignés dans cet ordre} \end{cases}$ ***(0.5 point)***

donc d'après le théorème de Thales, $\dfrac{CB}{RP} = \dfrac{AC}{AR} = 4$ ***(0,5 pt)***

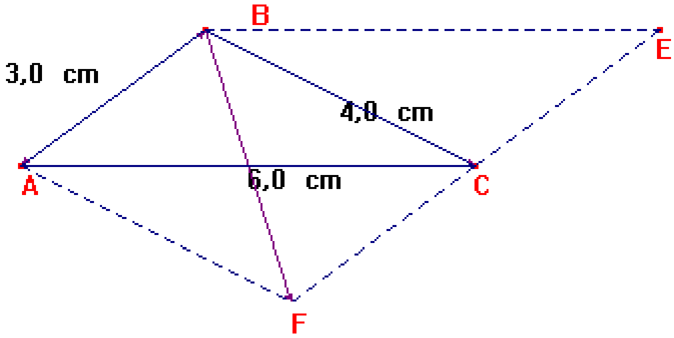
soit $RP = \dfrac{CB}{4} = \dfrac{18}{4} = 4{,}5$ $\boxed{\textbf{RP = 4,5 cm}}$ ***(0,5 pt)***

3) La perpendiculaire à (AB) passant par C coupe (AB) en H. Calculer la valeur exacte de CH. **(1 point)**

Le triangle AHC étant rectangle en H on a : $\sin \widehat{BAC} = \dfrac{HC}{AC}$ ***(0.5 pt)*** Donc $\boxed{\textbf{CH = 22} \times \textbf{sin 32}}$ ***(0,5 pt)***

Exercice 2 : (4 points)

1) Reproduire le triangle ABC ***(0,5 pt)***
2) Construire le point E image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ ***(1 pt)***
3) Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ ***(1 pt)***

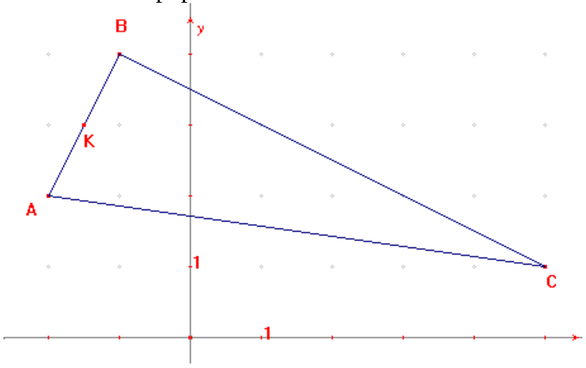


4) Démontrer que $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}$. Que peut-on en déduire pour le point C ? **(1,5 pt)**

- D'après la question 3°) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$, donc ABCF est un parallélogramme (théorème du cours).
  De ce fait $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FC}$. ***(0,5 pt)***
- En outre, puisque E est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$.***(0,5 pt)***
- Donc $\boxed{\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}}$ ce qui implique que $\boxed{\textbf{C est le milieu du segment [FE]}}$ ***(0,5 pt)***

Exercice 3 : (4 points)

On considère un repère orthonormé (O, I, J). Utiliser une feuille de papier millimétré



1°) Placer les points A (–2 ; 2), B (–1 ; 4) ,C (5 ; 1) ***0,5 point***

2°) Démontrer que la valeur exacte de AC est AC = $5\sqrt{2}$

$\overrightarrow{AC}$ (7 ; -1) donc AC = $\sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{25\times 2}$

$\boxed{\mathbf{AC = 5\sqrt{2}}}$ ***1 point***

3°) On admet que AB = $\sqrt{5}$ et que BC = $3\sqrt{5}$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle ***1 point***

$\begin{cases} AC^2 = 50 \\ AB^2 + BC^2 = 5 + 9\times 5 = 50 \end{cases}$ donc $AC^2 = AB^2+BC^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4°) Calculer les coordonnés du milieu K de [AB] K $\left(\frac{-2 + (-1)}{2}, \frac{2+4}{2}\right)$ = $\boxed{\mathbf{K\left(-\frac{3}{2} ; 3\right)}}$ ***0,5 point***

5°) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{BC}$(5 – (- 1) , 1 – 4) soit $\boxed{\mathbf{\overrightarrow{BC}\ (6 ; -3)}}$ ***1 point***

PROBLÈME (12 points)

Première partie

1) Recopier et compléter le tableau ***3 points (1 pt pour les deux 1ères colonnes et 2 pts pour les deux dernières)***

Nombre d'exemplaires imprimés	10	40	**50**	**60**
Prix selon le tarif A en euros	**30**	**120**	150	**180**
Prix selon le tarif B en euros	**60**	**105**	**120**	135
	0.5pt	***0.5pt***	***1pt***	***1pt***

2°) On appelle *x* le nombre d'exemplaires imprimés

1) Ecrire, en fonction de *x*, le prix payé pour le tarif A, puis pour le tarif B : ***1 point***

Pour **le tarif A : 3x** car 1 exemplaire côute 3 euros.

Pour le **tarif B : 1,5x+45** car chaque exemplaire côute 1.5 euros en plus de l'abonnement de 45 euros.

Deuxième partie

1) Construire dans le repère précédent les représentations graphiques des fonctions suivantes : ***(2 points)***

$p_1 : x \mapsto 3x$ *et* $p_2 : x \mapsto 1{,}5x + 45$

x	0	50
$P_1(x) = 3x$	0	150

x	0	50
$P_2(x) = 1{,}5x + 45$	45	120

p_1 et p_2 étant des fonctions affines, leurs courbes représentatives sont des droites, deux points suffisent pour les tracer.

2) Les deux représentations graphiques se coupent en un point M. Calculer les coordonnées de M ***(1.5 point)***

L'abscisse du point M vérifie : 3x = 1,5x + 45 soit 1,5x= 45 $\boxed{x = \frac{45}{1{,}5} = 30}$

Donc y = 3×30 = 90 $\boxed{\mathbf{M(30 ; 90)}}$

3) Déduire des questions précédentes à partir de combien d'exemplaires le tarif B devient le plus intéressant. ***1 point***

A partir de 30 exemplaires, la courbe représentative de la fonction affine p_2 est au dessous de celle de p_1 donc le tarif B devient plus avantageux à partir de 30 exemplaires.

Troisième partie

Finalement un troisième imprimeur propose à l'association d'imprimer jusqu'à 80 exemplaires du livret pour une somme forfaitaire de 120 euros

1) Représenter sur le même graphique le prix p_3 payé par l'association dans ce cas. ***1 point***

La représentation graphique de p_3 est une droite horizontale.

2) Donner le tarif le plus intéressant selon le nombre d'exemplaires souhaités ***1 point***

- De 0 à 30 exemplaires : Le tarif A est plus intéressant.
- De 30 à 50 exemplaires : le tarif B est plus intéressant. En effet l'abscisse du point P du graphique, intersection de Cp_3 et de Cp_2, est 50.
- De 50 à 80 exemplaires : le tarif C est plus intéressant.
- Au-delà de 80 exemplaires, le tarif C n'étant plus valable, il faut revenir au tarif B. ***(non sanctionné dans le barème)***

3) L'association décide de commander 64 exemplaires au tarif le plus intéressant. Calculer le prix moyen de chaque livret.

- D'après la question précédente, pour 64 exemplaires, le tarif le plus intéressant est le tarif C à 120 euros. On peut visualiser cela grâce aux ordonnées des points N2 et N3 (d'abscisses 64) sur Cp_2 et Cp_3.
- Le prix moyen d'un exemplaire est donc de : $\boxed{\mathbf{\frac{120}{64} = 1{,}875\ euros}}$. ***1.5 point***