Racines carrées

<u>Définition</u> :

a étant **<u>un nombre positif ou nul</u>** ($a \in \mathbb{R}_+$),

$\sqrt{a}$ est le nombre positif (ou nul) qui élevé au carré donne a. $\boxed{(\sqrt{a})^2 = (\sqrt{a}) \times (\sqrt{a}) = a}$

<u>Règles :</u>

$\forall\ a \in \mathbb{R}_+$ et $\forall\ b \in \mathbb{R}_+$ $\boxed{\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}}$ et donc $\boxed{\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}}$ $\boxed{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}},\ \text{avec}\ \ b \neq 0}$

$\boxed{\sqrt{1}+\sqrt{1} = 1+1 = 2\ \text{ mais }\ \sqrt{1+1} = \sqrt{2}\ \text{donc}\ \sqrt{1+1} \neq \sqrt{1}+\sqrt{1}}$

Application : Pour supprimer les radicaux au dénominateur :

- $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{(2+\sqrt{3})\times\sqrt{\mathbf{2}}}{\sqrt{2}\times\sqrt{\mathbf{2}}} = \dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$
- <u>Quantité conjuguée</u> : $\dfrac{4}{3-\sqrt{2}} = \dfrac{4\times(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})\times(3+\sqrt{2})} = \dfrac{12+4\sqrt{3}}{9-2} = \dfrac{12+4\sqrt{3}}{7}$ *(Au programme de seconde seulement)*

Puissances

<u>Définition</u> :

a étant **<u>un nombre réel</u>** ($a \in \mathbb{R}$) et n un entier non nul ($n \in \mathbb{N}^*$)

La puissance n de a est le produit : $\boxed{a^n = a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a \quad \text{(avec n facteurs)}}$

n est l'exposant.

<u>Règles :</u> (pour a non nul car 0^0 n'est pas défini)

Par convention $a^0 = 1$; $a^1 = 1$; $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ et $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

- Pour n et p entiers relatifs : $\boxed{a^n \times a^p = a^{n+p}}$; $\boxed{(a^n)^p = a^{np}}$ $\boxed{\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$
- Pour a et b des nombres, b non nul et n entier relatif : $\boxed{(a \times b)^n = a^n \times b^n}$ $\boxed{\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}}$

<u>Remarques</u>

- <u>Puissances de 10</u> : $10^{-5} = \dfrac{1}{10^5} = \dfrac{1}{100\ 000} = 0{,}000\ 01$
  (5 zéros)
- <u>Notation scientifique</u> : $\boxed{\textit{nombre entre 1 et 10 exclu}} \times 10^n$

Exemples : $0{,}123 = 1{,}23 \times 10^{-1}$; $12\ 053 = 1{,}2053 \times 10^4$; $0{,}00012 = 1{,}2 \times 10^{-4}$

<u>Attention, ne pas confondre</u> :

$(-2)^4$ et -2^4 : *$(-2)^4 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = 16$ et $-2^4 = -2\times2\times2\times2 = -16$*

de même, $\mathbf{(-x)^2 \neq -x^2}$ *(sauf pour x=0)*

exemples :

A $= 3^{n+1} = 3^n \times 3^1 = 3 \times 3^n$

B $= \dfrac{10^n \times 7^2}{5^n \times 7^5 \times 2^n} = \dfrac{(2\times5)^n \times 7^2}{5^n \times 2^n \times 7^5} = \dfrac{2^n \times 5^n \times 7^2}{2^n \times 5^n \times 7^5} = \dfrac{1}{7^3}$ ou 7^{-3}

C $= 5^{2n-2} = 5^{2n} \times 5^{-2} = \dfrac{5^{2n}}{5^2}$

<u>Attention</u> : $\sqrt{a^2} = |a|$ *(valeur absolue ou distance à l'origine)*

En effet : $\sqrt{5^2} = 5$ mais $\sqrt{(-5)^2} = 5 = |-5|$