MATHEMATIQUES - D.S. N° 3 - $\boxed{A}$ - $\boxed{\text{CORRECTION}}$

Ex 1 : Cochez l'UNIQUE bonne réponse (2 pts)

1°) 111 est divisible par $\boxed{a}$ 3

2°) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$ $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$

3°) $\frac{1+5}{2\times 5} =$ $\boxed{c}$ $\frac{3}{5}$

4°) $(-2x)^2 =$ $\boxed{c}$ $4x^2$

Ex 2 : Développement, factorisation (4pts)

1pt 1°) Développer et réduire l'expression A. $\boxed{A = -2x^2 - 7x - 3}$

1p t 2°) Factoriser A. $\boxed{A = (2x+1)(-x-3)}$

1pt 3°) Résoudre l'équation : $(2x+1)(-x-3) = 0$ C'est une équation produit donc par théorème, $\boxed{\textbf{Th. 1} : \text{Si un produit de facteurs est nul , l'un des facteurs est nul}}$

Soit $2x+1=0$ ou $-x-3=0$

$x = -1/2$ ou $-3 = x$ Les solutions sont $-\frac{1}{2}$ et -3. $\boxed{S = \{-\frac{1}{2} ; -3\}}$

1pt 4°) Pour $x = -\frac{1}{3}$, alors $\boxed{A = -\frac{8}{9}}$

Ex 3 : Fractions : (3 pts) Calculer sous forme de fractions irréductibles

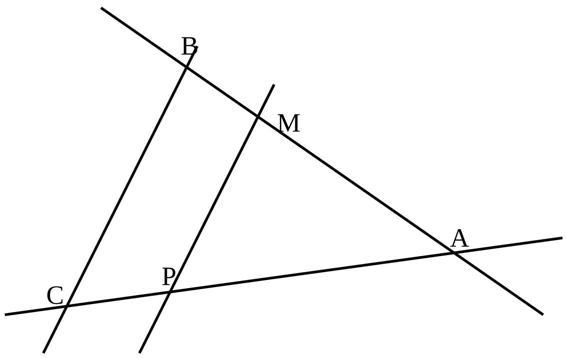
$H = \dfrac{\frac{5}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \boxed{\mathbf{\frac{14}{9}}}$ $I = \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{5}{2} + 1 = \boxed{\mathbf{-\frac{1}{10}}}$ $J = \dfrac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{15} - \frac{1}{5}} = \boxed{\mathbf{-9}}$

Ex 4 : Thalès (3 pts)

Le point M appartient au segment [AB].
Le point P appartient au segment [AC].
Les droites (MP) et (BC) sont parallèles et l'on a, en cm :

AM = 4 ; AP = 6 ; MP = 3 ; AC = 8.

Calculer, en cm, les distances AB et BC.



- Données : on est en configuration de Thales

car $\begin{cases} M \in [AB] \\ P \in [AC] \\ \text{et } (MP)//(BC) \end{cases}$

- donc d'après le théorème de Thales $\frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AC} = \frac{MP}{BC}$ soit $\frac{4}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{BC}$
- Calculons AB

On a $\frac{4}{AB} = \frac{6}{8}$ donc $6AB = 32$ et $AB = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$ $\boxed{AB = \frac{16}{3}\text{ cm}}$ soit 5.33 cm à 10^{-2} près

- Calculons BC

On a $\frac{6}{8} = \frac{3}{BC}$ donc $6BC = 24$ et $BC = \frac{24}{6} = \frac{16}{3}$ $\boxed{BC = 4\text{ cm}}$

Ex 5 : Quelques équations : (4 pts) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

0.5pt 1°) $2x + 3 = 0$ $\boxed{x = -\frac{3}{2}}$

0.5pt 2°) $2 - 4x = 1$ $\boxed{x = \frac{1}{4}}$

1pt 3°) $2x + 4 = 3 - 5x$ $2x + 5x = 3 - 4$ soit $7x = -1$ d'où $\boxed{x = -\frac{1}{7}}$

1p t 4°) $2x(3x - 1) = 0$

C'est une équation produit donc par théorème 1 (cf ex2 question 3°)

Soit $2x = 0$ ou $3x-1=0$ Les solutions sont donc $\boxed{S=\{0 ; \frac{1}{3}\}}$

1pt 5°) $\frac{2}{3}x - 5 = 2$ donc $\frac{2}{3}x = 7$ soit $x = 7 \times \frac{3}{2}$ la solution est $\boxed{x = \frac{21}{2}}$

Ex 6 : PGCD (2,5 + 0,5 + 1 = 4 pts)

1. Trouver le PGCD de 6 209 et 4 435. Utilisons l'algorithme d'Euclide

$6\,209 = 1 \times 4\,435 + 1\,774$ donc par théorème pgcd(6 209 ; 4 435) = pgcd(4 435 ; 1 774)
$4\,435 = 2 \times 1\,774 + 887$ donc par théorème pgcd(6 209 ; 4 435) = pgcd(1 774 ; 887)
$1\,774 = 2 \times 887 + 0$

donc par théorème $\boxed{\textbf{pgcd(6 209 ; 4 435) = pgcd(887 ; 0) = 887}}$ c'est le dernier reste non nul.

2. En utilisant le résultat précédent, expliquer pourquoi la fraction $\frac{6\,209}{4\,435}$ n'est pas irréductible.

La fraction $\frac{6\,209}{4\,435}$ n'est pas irréductible car le pgcd de 6209 et 4435 ne vaut pas 1, numérateur et dénominateur ne sont pas premiers entre eux.

3. Donner la fraction irréductible égale à $\frac{6\,209}{4\,435}$. On a $\frac{6\,209}{4\,435} = \frac{7 \times 887}{5 \times 887} = \boxed{\mathbf{\frac{7}{5}}}$ fraction irréductible car par théorème, quand on divise numérateur et dénominateur par le pgcd des deux on obtient une fraction irréductible.

BONUS (1.5pt) *Résoudre l'équation* $2x^2+5x+8 = x^2-x-1$

On trouve après factorisation $(x + 3)^2 = 0$ donc la solution unique est $x = -3$

MATHEMATIQUES - D.S. N° 3 - $\boxed{B}$ - $\boxed{\text{CORRECTION}}$

Ex 1 : Cochez l'UNIQUE bonne réponse (2 pts)

1°) 123 est divisible par $\boxed{a}$ 3

2°) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$ $\boxed{b}$ $\frac{1}{9}$

3°) $\frac{1+3}{2\times 3} =$ $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}$

4°) $(-3x)^2 =$ $\boxed{c}$ $9x^2$

Ex 2 : Développement, factorisation (4pts)

1pt 1°) Développer et réduire l'expression B $\boxed{.\ B = -2x^2 - 9x - 4}$

1pt 2°) Factoriser A. $\boxed{B = (1+2x)(-x-4)}$

1pt 3°) Résoudre l'équation : $(2x+1)(-x-4) = 0$ C'est une équation produit donc par théorème, **Th. 1** : Si un produit de facteurs est nul , l'un des facteurs est nul

Soit $2x+1=0$ ou $-x-4=0$

$x= -1/2$ ou $-4 = x$ les solutions sont $-\frac{1}{2}$ et -4. $\boxed{S = \{-\frac{1}{2} ; -4\}}$

1pt 4°) Calculons la valeur de B pour $x = -\frac{1}{3}$ $\boxed{B = -\frac{11}{9}}$

Ex 3 : Fractions : (3 pts) Calculer sous forme de fractions irréductibles

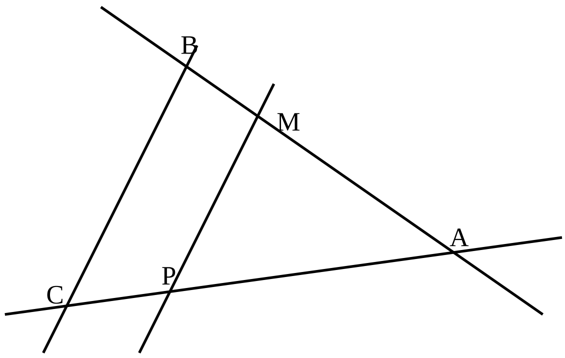
$H = \dfrac{\frac{5}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \boxed{\mathbf{\frac{14}{9}}}$ $I = \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{5}{2} + 2 = \boxed{\mathbf{\frac{9}{10}}}$ $J = \dfrac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{15} - \frac{1}{5}} = \boxed{\mathbf{-9}}$

Ex 4 : Thalès (3 pts)

Le point M appartient au segment [AB].
Le point P appartient au segment [AC].
Les droites (MP) et (BC) sont parallèles et l'on a, en cm :

AM= 2 ; AP= 3 ; MP = 1,5 ; AC= 4.

Calculer, en cm, les distances AB et BC.



- Données : on est en configuration de Thales

car $\begin{cases} M \in [AB] \\ P \in [AC] \\ \text{et } (MP)//(BC) \end{cases}$

- donc d'après le théorème de Thales $\frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AC} = \frac{MP}{BC}$ soit $\frac{2}{AB} = \frac{3}{4} = \frac{1.5}{BC}$
- Calculons AB

On a $\frac{2}{AB} = \frac{3}{4}$ donc $3AB = 8$ et $AB = \frac{8}{3}$ $\boxed{AB = \frac{8}{3}\text{ cm}}$ soit 2.67 cm à 10^{-2} près

- Calculons BC

On a $\frac{3}{4} = \frac{1.5}{BC}$ donc $3BC = 6$ et $BC = \frac{6}{3} = 2$ $\boxed{BC = 2\text{ cm}}$

Ex 5 : Quelques équations : (4 pts) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

0.5pt 1°) $3x + 2 = 0$ $\boxed{x = -\frac{2}{3}}$

0.5pt 2°) $4 - 2x = 1$ $\boxed{x = \frac{3}{2}}$

1pt 3°) $4x + 2 = 5 - 3x$ $4x + 3x = 5 - 2$ soit $7x = 3$ d'où $\boxed{x = \frac{3}{7}}$

4°) $3x(2x - 1) = 0$
C'est une équation produit donc par théorème 1 (cf ex1 question 3°)
Soit $3x = 0$ ou $2x-1=0$

1pt Les solutions sont donc 0 et $\frac{1}{2}$ soit $\boxed{S=\{0 ; \frac{1}{2}\}}$

1pt 5°) $\frac{4}{3}x - 3 = 5$ donc $\frac{4}{3}x = 8$ soit $x = 8 \times \frac{3}{4}$ la solution est $\boxed{x = 6}$

Ex 6 : PGCD (2,5 + 0,5 + 1 = 4 pts)

1. Trouver le PGCD de 6 209 et 4 435. Utilisons l'algorithme d'Euclide

6 209 = 1 × 4 435 + 1 774 donc par théorème pgcd(6 209 ; 4 435) = pgcd(4 435 ; 1 774)
4 435 = 2 × 1 774 + 887 donc par théorème pgcd(6 209 ; 4 435) = pgcd(1 774 ; 887)
1 774 = 2 × 887 + 0
donc par théorème $\boxed{\textbf{pgcd(6 209 ; 4 435) = pgcd(887 ; 0) = 887}}$ c'est le dernier reste non nul.

2. En utilisant le résultat précédent, expliquer pourquoi la fraction $\frac{6\,209}{4\,435}$ n'est pas irréductible.

La fraction $\frac{6\,209}{4\,435}$ n'est pas irréductible car le pgcd de 6209 et 4435 ne vaut pas 1, numérateur et dénominateur ne sont pas premiers entre eux.

3. Donner la fraction irréductible égale à $\frac{6\,209}{4\,435}$. On a $\frac{6\,209}{4\,435} = \frac{7 \times 887}{5 \times 887} = \boxed{\frac{7}{5}}$ fraction irréductible car par théorème, quand on divise numérateur et dénominateur par le pgcd des deux on obtient une fraction irréductible.

BONUS (1.5pt) *Résoudre l'équation* $2x^2+5x+8 = x^2-x-1$
On trouve après factorisation $(x + 3)^2 = 0$ *donc la solution unique est* $x = -3$