

Exercice 2 : PGCD (6+2 = 8 points)

Voir le cahier de cours.

Exercice 3 : PGCD (1.5 + 0.5 = 2 points)

1. Calculer le PGCD des nombres 616 et 135. Calculons ce PGCD par l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{array}{rclclcl}
 616 & = & 4 & \times & 135 & + & 76 \\
 135 & = & 1 & \times & 76 & + & 59 \\
 76 & = & 1 & \times & 59 & + & 17 \\
 59 & = & 3 & \times & 17 & + & 8 \\
 17 & = & 2 & \times & 8 & + & 1 \\
 8 & = & 8 & \times & 1 & + & 0
 \end{array}$$

Le dernier reste non nul est 1 donc le PGCD de 616 et 135 est $\boxed{1}$.

2. Peut-on simplifier la fraction $\frac{616}{135}$?

La fraction est irréductible car numérateur et dénominateurs sont 1^{er} entres eux puisque leur PGCD vaut 1.

Exercice 4 : Problème (2+1 = 3 points) (D'après sujet Paris 2006)

1. Combien de personnes au maximum pourront bénéficier des ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes !) ? Expliquez votre raisonnement.

Le nombre maximal de personnes cherché correspond au PGCD de 84 et de 210 que nous calculons par l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{array}{rclclcl}
 210 & = & 2 & \times & 84 & + & 42 \\
 84 & = & 2 & \times & 42 & + & 0
 \end{array}$$

Le PGCD est 42 car c'est le dernier reste non nul.

Le nombre maximal de personnes cherché est donc 42.

2. Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

$84/42 = 2$ sucettes et $210/42 = 5$ bonbons

Exercice 5 : (3 pts)

1. Les nombres 135 et 75 sont-ils premiers entre eux ?

Ces nombres ne sont pas premier entre eux car ils sont divisible par 5, leur PGCD est donc supérieur ou égale à 5.

2. Calculons ce PGCD par l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{array}{rclclcl}
 135 & = & 1 & \times & 75 & + & 60 \\
 75 & = & 1 & \times & 60 & + & 15 \\
 60 & = & 4 & \times & 15 & + & 0
 \end{array}$$

Donc le PGCD de 135 et 75 est 15.