MATHEMATIQUES - D.S. N° 1 - A CORRECTION
(Chapitre 1 : Nombres entiers et rationnels). **Troisième**

Exercice 2 : PGCD **(1.5 + 0.5 = 2 points)**

1°) Calculer le PGCD des nombres 685 et 480. Calculons ce PGCD par l'algorithme d'Euclide

685	**=**	**1**	×	**480**	**+**	**205**
480	**=**	**2**	×	**205**	**+**	**70**
205	**=**	**2**	×	**70**	**+**	**65**
70	**=**	**1**	×	**65**	**+**	**5**
65	**=**	**13**	×	**5**	**+**	**0**

Le dernier reste non nul est 5 donc le PGCD de 480 et 685 est $\boxed{5}$.

2°) Ecrire la fraction $\frac{685}{480}$ sous forme de fraction irréductible.

$\frac{685}{480} = \boxed{\frac{137}{96}}$ qui est une fraction irréductible car on a simplifié par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

1. **Exercice 3 : PGCD (1.5 + 0.5 = 2 points)**

1. Calculer le PGCD des nombres 616 et 135.
   Calculons ce PGCD par l'algorithme d'Euclide.

616	**=**	**4**	×	**135**	**+**	**76**
135	**=**	**1**	×	**76**	**+**	**59**
76	**=**	**1**	×	**59**	**+**	**17**
59	**=**	**3**	×	**17**	**+**	**8**
17	**=**	**2**	×	**8**	**+**	**1**
8	**=**	**8**	×	**1**	**+**	**0**

   Le dernier reste non nul est 1 donc le PGCD de 616 et 135 est $\boxed{1}$.

2. Peut-on simplifier la fraction $\frac{616}{135}$?
   La fraction est irréductible car numérateur et dénominateurs sont 1^er^ entres eux puisque leur PGCD vaut 1.

Exercice 4 : Problème (2+1 = 3 points) ***(D'après sujet Paris 2006)***

Pierre a gagné 84 sucettes et 210 bonbons. Il décide de les partager avec des amis en faisant en sorte que chacun ait le même nombres de sucettes et le même nombre de bonbons.

1. Combien de personnes au maximum pourront bénéficier des ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes !) ? Expliquez votre raisonnement.
   Le nombre maximal de personnes cherché correspond au PGCD de 84 et de 210 que nous calculons par l'algorithme d'Euclide.

210	**=**	**2**	×	**84**	**+**	**42**
84	**=**	**2**	×	**42**	**+**	**0**

   Le PGCD est 42 car c'est le dernier reste non nul.
   Le nombre maximal de personnes cherché est donc 42.

2. Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?
   84/42 = 2 sucettes et 210/42 = 5 bonbons

Exercice 5 : Fractions **(1.5+1.5 = 3 pts)**

$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) \times 3 - 1$

$A = \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right) \times 3 - 1$

$A = \frac{5}{12} \times 3 - 1 = \frac{5}{4} - 1 = \boxed{\frac{1}{4}}$

$B = \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{5} =$

$B = \frac{9}{16} - \frac{1}{5} = \frac{45}{80} - \frac{16}{80}$

$B = \boxed{\frac{29}{80}}$

<u>Exercice 6</u> : Fractions et lettres (1+1.5 = 2.5 points)

On donne $e = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$; $f = \frac{1}{10}$ et $g = \frac{3}{5}$.

$$e - f = \frac{2}{5} - \frac{1}{10} - = \frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \boxed{\frac{3}{10}}$$

$$e - \frac{f}{g} = \frac{2}{5} - \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{5}}$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{1}{10} \times \frac{5}{3}$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{1}{6}$$

$$e - \frac{f}{g} = \frac{12}{30} - \frac{5}{30} = \boxed{\frac{7}{30}}$$

<u>Exercice 7</u>: Fractions (1.5+1.5+1.5 = 4.5pts) Calculer sous forme de fractions irréductibles.

$$H = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{10}}{\frac{5}{2} - \frac{2}{5}}$$

$$H = \frac{\frac{40}{30} + \frac{9}{30}}{\frac{25}{10} - \frac{4}{20}}$$

$$H = \frac{\frac{49}{30}}{\frac{21}{10}} = \frac{49}{30} \times \frac{10}{21} = \frac{7 \times 7 \times 10}{3 \times 10 \times 3 \times 7}$$

$$\boxed{H = \frac{7}{9}}$$

$$I = \frac{2}{5} - \frac{30}{25} \times \frac{35}{70} + 1$$

$$I = \frac{2}{5} - \frac{3 \times 10 \times 7 \times 5}{5 \times 5 \times 7 \times 10} + 1$$

$$I = \frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{5}{5}$$

$$\boxed{I = \frac{4}{5}}$$

$$J = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{15} - \frac{1}{5}}$$

$$J = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{15} - \frac{3}{15}}$$

$$J = \frac{\frac{6}{5}}{-\frac{2}{15}} = \frac{6}{5} \times \frac{15}{-2}$$

$$J = -\frac{2 \times 3 \times 3 \times 5}{5 \times 2} \text{ donc } \boxed{J = -9}$$

<u>Exercice 8</u> : Calcul de valeur (1 point)

Soit $K(x) = (5x - 1)(x - \frac{1}{2}) - (5x - 1)^2$ Calculer la valeur de K pour $x = \frac{1}{5}$

$$\boxed{K(\frac{1}{5}) = 0}$$

MATHEMATIQUES - D.S. N° 1 - $\boxed{\text{B}}$ $\boxed{\text{CORRECTION}}$ Troisième

(Chapitre 1 : Nombres entiers et rationnels).

<u>Exercice 2</u> : PGCD (1.5 + 0.5 = 2 points) ***(D'après sujet Nantes, Bordeaux 2005)***

1. Calculer le PGCD des nombres 411 et 685. Calculons ce PGCD par l'algorithme d'Euclide.

$685 = 411 \times 1 + 274$ donc PGCD(411 ;685) = PGCD(411 ;274)
$411 = 274 \times 1 + 137$ donc PGCD(411 ;685) = PGCD(137 ;274)
$274 = 137 \times 2 + 0$ donc PGCD(411 ;685) = PGCD(137 ;0) = 137.

Le dernier reste non nul est 137 donc le PGCD de 411 et 685 est $\boxed{\mathbf{137}}$.

2. Ecrire la fraction $\frac{411}{685}$ sous forme de fraction irréductible.

$\frac{411}{685} = \frac{137\times3}{137\times5} = \boxed{\frac{3}{5}}$ qui est une fraction irréductible car on a simplifié par le PGCD du numérateur et du dénominateur.

<u>Exercice 3</u> : PGCD (1.5 + 0.5 = 2 points)

1. Calculer le PGCD des nombres 495 et 196. Calculons ce PGCD par l'algorithme d'Euclide.

$495 = 2 \times 196 + 103$
$196 = 1 \times 103 + 93$
$103 = 1 \times 93 + 10$
$93 = 9 \times 10 + 3$
$10 = 3 \times 3 + 1$
$3 = 3 \times 1 + 0$.

Le dernier reste non nul est 1 donc le PGCD de 495 et 196 est $\boxed{1}$.

2. Peut-on simplifier la fraction $\frac{495}{196}$?

Le pgcd de 495 et 196 est 1, donc ces nombres sont premiers entre eux et la fraction $\frac{495}{196}$ est irréductible.

<u>Exercice 4</u> : Problème (2+1 = 3 points) ***(D'après sujet Bordeaux 2001)***

Marc à 108 billes rouges et 135 noires. Il veut faire des paquets de sorte que :

- Tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges ;
- Tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires ;
- Toutes les billes rouges et toutes les billes noires sont utilisées.

1. Quel nombre maximal de paquets pourra-il réaliser ?
Le nombre maximal de paquets cherché correspond au PGCD de 135 et de 108 que nous calculons par l'algorithme d'Euclide.

$135 = 1 \times 108 + 27$
$108 = 4 \times 27 + 0$

Le dernier reste non nul est 27 donc le PGCD de 135 et 108 est $\boxed{27}$.

Le nombre maximal de paquets cherché est donc 27.

2. Combien y aura-t-il de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

135/27 = 5 et 108/27 = 4 donc il y aura dans chaque paquet $\boxed{\text{5 billes noires et 4 rouges}}$.

<u>Exercice 5</u> : Fractions **(1.5+1.5 = 3 pts)**

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{13}{14} - \frac{1}{15}\times\frac{10}{7}\\
&= \frac{13}{14} - \frac{1\times10}{15\times7}\\
&= \frac{13}{14} - \frac{5\times2}{5\times3\times7}\\
&= \frac{13}{14} - \frac{2}{21}\\
&= \frac{13\times3}{14\times3} - \frac{2\times2}{21\times2}\\
&= \frac{39}{42} - \frac{4}{42}\\
&= \frac{39-4}{42}\\
&= \frac{35}{42}\\
&= \frac{5\times7}{6\times7}\\
A &= \frac{5}{6}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A &= 4 - \frac{3}{4}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)\\
&= 4 - \frac{3}{4}\left(\frac{1\times2}{3\times2} - \frac{1}{6}\right)\\
&= 4 - \frac{3}{4}\left(\frac{2}{6} - \frac{1}{6}\right)\\
&= 4 - \frac{3}{4}\times\frac{1}{6}\\
&= 4 - \frac{1\times3}{4\times2\times3}\\
&= \frac{4}{1} - \frac{1}{8}\\
&= \frac{4\times8}{1\times8} - \frac{1}{8}\\
&= \frac{32-1}{8}\\
B &= \frac{31}{8}
\end{aligned}
$$

<u>Exercice 6</u> : Fractions et lettres (1+1.5 = 2.5 points)

On donne e = $\frac{6}{15}$; f = $\frac{1}{10}$ et g = $\frac{3}{5}$. On remarque que e = $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

1. Ecrire (e + f) sous forme de fraction irréductible (en détaillant les calculs). e+f = $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \boxed{\frac{1}{2}}$
2. Ecrire (e - $\frac{f}{g}$) sous forme de fraction irréductible. e - $\frac{f}{g} = \frac{2}{5} - \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{5} - \frac{1}{10}\times\frac{5}{3} = \frac{2}{5} - \frac{1}{2}\times\frac{1}{3} = \frac{2}{5} - \frac{1}{6} = \frac{12}{30} - \frac{5}{30} = \boxed{\frac{7}{30}}$

<u>Exercice 7</u>: Fractions **(1.5+1.5+1.5 = 4.5pts)** Calculer sous forme de fractions irréductibles.

$$H = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{15} - \frac{1}{5}}$$

$$H = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{1}{15} - \frac{3}{15}}$$

$$H = \frac{\frac{6}{5}}{-\frac{2}{15}} = \frac{6}{5}\times\frac{15}{-2}$$

$$H = -\frac{2\times3\times3\times5}{5\times2} \text{ donc } \boxed{H = -9}$$

$$I = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{10}}{\frac{5}{2} - \frac{2}{5}}$$

$$I = \frac{\frac{40}{30} + \frac{9}{30}}{\frac{25}{10} - \frac{4}{20}}$$

$$I = \frac{\frac{49}{30}}{\frac{21}{10}} = \frac{49}{30}\times\frac{10}{21} = \frac{7\times7\times10}{3\times10\times3\times7}$$

$$\boxed{I = \frac{7}{9}}$$

$$J = \frac{2}{5} - \frac{30}{25}\times\frac{35}{70} + 2$$

$$J = \frac{2}{5} - \frac{3\times10\times7\times5}{5\times5\times7\times10} + 2$$

$$J = \frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{10}{5}$$

$$\boxed{J = \frac{9}{5}}$$

<u>Exercice 8</u> : Calcul de valeur (1 point)

Soit K(x) = (3x – 1)(x + 5) – (3x – 1)² Calculer la valeur de K pour x = $\frac{1}{3}$

$K(\frac{1}{3}) = (3\times\frac{1}{3} - 1)(\frac{1}{3} + 5) - (3\times\frac{1}{3} - 1)^2$

$K(\frac{1}{3}) = (1 - 1)(1/3 + 5) - (1 - 1)^2$

$K(\frac{1}{3}) = 0 \times(1/3 + 5) - 0^2$ $\boxed{K(\frac{1}{3}) = 0}$