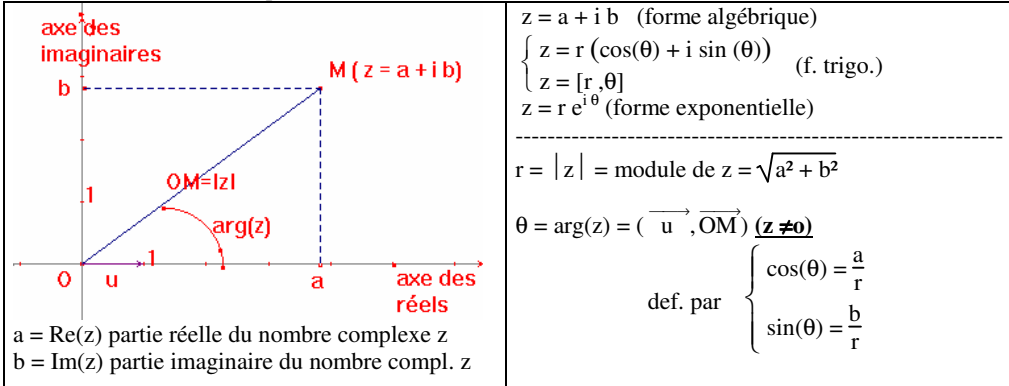


z : affixe du point M

(a ; b) ∈ ℝ²



Vecteurs et distances

z affixe de \vec{OM} ; on note $\vec{OM}(z)$	Distance $OM = z $
$(z_B - z_A)$ affixe de \vec{AB} ; on note $\vec{AB}(z_B - z_A)$	Distance $AB = z_B - z_A $

Conjugué : $\bar{z} = a - ib$ $M(\bar{z})$ symétrique de M(z) par rapport à (Ox)

$z+z' = \bar{z} + \bar{z}'$	$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$	$\overline{zz'} = \bar{z} \bar{z}'$	$\overline{\bar{z}} = z$	$\overline{z^n} = (\bar{z})^n$
-----------------------------	---	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------------

Module : $r = |z| = \text{module de } z = \sqrt{a^2 + b^2}$ ($r = |z|$ = distance OM)

$ \bar{z} = z $	$ zz' = z z' $	$\left \frac{z}{z'}\right = \frac{ z }{ z' }$	$ z+z' \leq z + z' $	$ z = 0$ ssi $z = 0$
$ -z = z $	$ z^n = z ^n$ ($n \in \mathbb{Z}$)	z' non nul		

Argument (z ≠ 0 et z' ≠ 0) : $\arg(z) = \theta = (\vec{u}, \vec{OM})$ def. à 2π près o n'a pas d'argument

$\arg(\bar{z}) = -\arg(z) (2\pi)$	$\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') (2\pi)$	$\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z) (2\pi)$
$\arg(-z) = \pi + \arg(z) (2\pi)$	$\arg(z^n) = n \times \arg(z) (2\pi)$ ($n \in \mathbb{Z}$)	$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') (2\pi)$

Bilan : $z = [r; \theta] = r e^{i\theta}$ et $z' = [r'; \theta'] = r' e^{i\theta'}$ (z et z' non nuls)

$zz' = [r r', \theta + \theta'] = r r' e^{i(\theta + \theta')}$	$z^n = [r^n, n\theta] = r^n e^{i(n\theta)}$ ($n \in \mathbb{Z}$)
$\frac{1}{z} = \left[\frac{1}{r}, -\theta\right] = \frac{1}{r} e^{-i\theta}$	$\frac{z}{z'} = \left[\frac{r}{r'}, \theta - \theta'\right] = \frac{r}{r'} e^{i(\theta - \theta')}$

Interprétation géométrique : M(z) M'(z') distincts et A(z_A)

$\arg(z_B - z_A) = (\vec{u}, \vec{AB}) (2\pi)$

$\left|\frac{z_B - z_A}{z_D - z_C}\right| = \frac{AB}{CD}$

$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = (\vec{OM'}, \vec{OM}) (2\pi)$

$\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_D - z_C}\right) = (\vec{CD}, \vec{AB})$

Lieux

M appartient à l'axe des réels ssi : $\begin{cases} z = 0 \\ \text{ou } \arg(z) = 0 (\pi) \end{cases}$

M appartient à l'axe des imaginaires purs ssi : $\begin{cases} z = 0 \\ \text{ou } \arg(z) = \frac{\pi}{2} (\pi) \end{cases}$

M appartient au cercle C (centre A(z_A) ; rayon r) ssi $AM = r$
donc ssi $|z - z_A| = r$

Pour M(z) distinct de A(z_A) et B(z_B)

si $\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = (\vec{MA}, \vec{MB}) = \frac{\pi}{2} (\pi)$ alors M ∈ au cercle C de diamètre [AB] privé de A et B.

si $\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = (\vec{MA}, \vec{MB}) = \frac{\pi}{2} (2\pi)$ alors M ∈ un arc AB du cercle C privé de A et B.

si $\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = (\vec{MA}, \vec{MB}) = 0 (\pi)$ alors M ∈ à la droite (AB) privée de A et B.

si $\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = (\vec{MA}, \vec{MB}) = 0 (2\pi)$ alors M ∈ à la droite (AB) privée du segment [AB]

si $\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = (\vec{MA}, \vec{MB}) = \pi (2\pi)$ alors M ∈ au segment [AB] privé de A et B.

si $\left|\frac{z - z_A}{z - z_B}\right| = \frac{AM}{BM} = 1$ alors M ∈ à la médiatrice du segment [AB].

Pour M(z) distinct de A(z_A), on pose \vec{v} vecteur tel que $(\vec{u}, \vec{v}) = \theta (2\pi)$

Si $\arg(z - z_A) = (\vec{u}, \vec{AM}) = \theta (\pi)$ alors M ∈ à la droite (A, \vec{v}) privée de A.

Si $\arg(z - z_A) = (\vec{u}, \vec{AM}) = \theta (2\pi)$ alors M ∈ à la demi-droite (A, \vec{v}) privée de A.

Transformations du plan (k réel non nul)

t : translation de vecteur $\vec{u} (z_0)$:

$M' = t(M)$ ssi $z' = z + z_0$

r : rotation de centre A(z_A), d'angle α :

$M' = r(M)$ ssi $z' - z_A = e^{i\alpha}(z - z_A)$

h : homothétie de centre A(z_A), de rapport k :

$M' = h(M)$ ssi $z' - z_A = k(z - z_A)$

(la symétrie centrale est une rotation d'angle π)

rappel sur les angles (tout est mod 2π et les vecteurs sont non nuls)

$(\vec{u}, \vec{u}) = 0$ $(\vec{v}, \vec{u}) = -(\vec{u}, \vec{v})$

$(-\vec{u}, \vec{v}) = \pi + (\vec{u}, \vec{v})$

$(-\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$

$(\vec{u}, \vec{w}) + (\vec{w}, \vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v})$ (Chasles)