- **Présentation**

Des équations du premier et du second degré (où les coefficients sont des nombres donnés) sont déjà résolues avec une méthode générale par les Babyloniens vers 1700 av. J.C et peut être même plus tôt.
Pour les équations du 3ème degré, il faut attendre Scipio del Ferro (1465-1526) vers 1515 (les papiers de ce dernier sont cependant perdus), puis Tartaglia et Cardan ;
et pour celles du 4ème degré, Ludovico Ferrari (Bologne 1522-1565, en 1540) qui était un élève de Cardan.

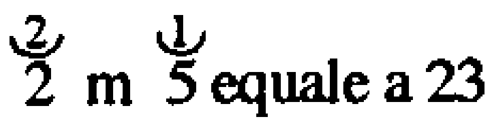
- **Une chronologique résumant l'étude**

	Equations du 2ème degré
Les Babyloniens1 800-1 500 av.J.-C.	Les tablettes de cette époque conservent une foule d'informations, en particulier elle nous révèle une algèbre déjà très développée et témoigne de la maîtrise des Babyloniens à résoudre des équations du second degré.
Diophante (4e siècle)	Diophante (4e siècle) poursuit les recherches des Babyloniens. Il aura une approche algébrique du problème.
Vers 820-830, Al-Khwarizmi	Vers 820-830, Al-Khwarizmi , membre de la communauté scientifique réunie autour du calife al Mamoun, décrit, dans son traité d'algèbre, des transformations algébriques permettant de résoudre des équations du 2e degré.
Les racines négatives sont ignorées jusqu'au 16e	Suivant les idées développées par Stevin en 1585, Girard en 1629 donne des exemples d'équations avec racines négatives. "Le négatif en géométrie indique une régression, alors que le positif correspond à un avancement.". Il n'a d'ailleurs pas plus de scrupules avec les racines complexes.
	Equations du 3ème degré
Ménechme (375 à 325 av.J.-C., Grèce)	Les grecs ont résolus ces équations géométriquement, par intersection de coniques (ellipses, paraboles et hyperboles). Le plus ancien des problèmes du 3e degré remonterait à Ménechme (375 à 325 av.J.-C.).
Archimède (287-212 av.J.-C.)	Archimède (287-212 av.J.-C.) avait lui cherché à couper une sphère de rayon R par un plan de façon que le rapport des volumes des 2 parties ait une valeur donné k. Cela donne une équation de degré 3.
Omar Khayyâm(1048-1131) Sharaf ad Din at Tusi (vers 1160)	Astronome et mathématicien, Omar Khayyâm, dans son traité d'algèbre (1074) étudie les équations du 3e degré à coefficients strictement positifs. 100 ans plus tard Sharaf ad Din at Tusi classe les équations, non plus comme Omar Khayyâm suivant le signe des coefficients, mais suivant l'existence de racines strictement positives.
Scipio del Ferro (1465-1526) Niccolo Tartaglia (1500-1557) Jérôme Cardan (1501-1576)	Scipio del Ferro (1465-1526), professeur à Bologne, découvre la résolution algébrique des équations : (p,q>0) (il ne considère pas les coef. négatifs) x3 + px = q (1) x3 = px + q (2) x3 + q = px (3) En 1535, Niccolo Tartaglia réussi à résoudre une trentaine de problèmes de type (1), mais il garde secrète sa méthode. Par la suite, Jérôme Cardan (1501-1576), lui arrache son secret (en 1939) et réussi à étendre la méthode aux équations de type (2) et (3).
Euler (1707-1783)	Mais c'est Euler qui a éclairci la détermination des 3 racines dans un article en latin de 1732.
	Equations du 4ème degré
Jérôme Cardan (1501-1576) Lodovico Ferrari (1522-1565).	Cardan donne une méthode au chapitre 39 de l'Ars Magna. Il précise qu'elle a été trouvée par son élève Lodovico Ferrari.
Viète (1540-1603, France)	Dans son texte de 1615, François Viète expose clairement la méthode de Ferrari.
Descartes (1596-1650)	Descartes expose aussi une autre méthode de résolution, par coefficients indéterminés. x4+px²+qx+r=(x²+ax+b)(x²+cx+d)

Écritures d'une équation

Si les babyloniens savaient déjà résoudre des équations du 2ème degré, le symbolisme utilisé a beaucoup évolué au cours des siècles comme le montre le tableau ci-dessous.

$$2x^2 - 5x = 23$$

Diophante (vers 250)	
Tartalia (1556) Pacioli (1494)	Trouve moi un nombre dont le double du carré diminué de cinq fois lui-même fait vingt-trois
Van der Hoek (début du 16$^{\text{ème}}$ siècle)	$2\ S_C - 5\ P_N$ dit is ghelije 23
Cardan(1545)	duo quad. m qumque reb. aequalis 23
Rudolf, Stiffel (1577) Leon d'Anvers (1586)	2 z aequatus 5x+23
Gosselin (1577)	2Q M 5L aequalia 23 *Q :carré ("quarré") au 16ème* *L : ligne*
Bombelli (1572)	
Viète (1580)	2Q - 5N aequatur 23
Ramus (1586) Clavius (1608)	2q - 5l aequatus sit 23
Butéo (1559)	2◊ M 5p = 23
Girard (1629) *Théorie des équations, il énonce le théorème de d'Alembert*	2(2) - 5(1) = 23(0)
Viète (1600)	$2a_q$ 5a aeq. 23
Harriot (1631)	2aa 5a = 23
Descartes (vers 1635) et dans "la géométrie" en 1637	2Aq - 5A égal à 23 2zz - 5z ∝ 23
Herrigone (1634)	$2a_2 \sim 5a\ {}^z/_z$ 23
Et durant tout le 18$^{\text{ème}}$ siècle	2xx - 5x = 23

Résolution d’équations du second degré par les mathématiciens arabes

Rem. : Les œuvres des Grecs ne nous sont connues que par des manuscrits postérieurs de 1 000 ans à leurs auteurs, chargés de remaniements de toutes sortes. Certaines œuvres ne sont même connues que par une traduction arabe.

Les mathématiciens Arabes

Au 8e siècle, les mathématiciens Arabes, ou plus exactement ceux venant de régions allant de l'Espagne au Moyen Orient, commencent à se procurer des manuscrits grecs à Constantinople. Ils reçoivent aussi des livres indiens de calcul qui expliquent l'usage du zéro. Vers 820-830, Al-Khwarizmi (originaire d'Ouzbékistan, connu plus tard par des traductions latines qui le nomment Algorismus, origine du mot algorithme), membre de la communauté scientifique réuni autour du calife al Mamoun, décrit, dans son traité d'algèbre, des transformations algébriques qui, avec nos notations, donnent :

On cherche à résoudre l’équation : $6x^2-6x+4 = 4x^2-2x+8$
Etape 1 : $6x^2+4+2x= 4x^2+8+6x$ par al jabr (ce verbe, exprime le remplissage ou la réduction d'une fracture)
Etape 2 : $3x^2+2+x = 2x^2+4+3x$ par al hatt
Etape 3 : $x^2 = 2x+2$ par al muqqabala

Il distingue 6 types d'équations de degré inférieur ou égal à 2 (car les coef. a,b,c sont positifs)
$ax^2=bx$ $ax^2=b$ $ax=b$ $ax^2+bx=c$ $ax^2+c=bx$ $ax^2=bx+c$

En outre, pour l'équation $x^2=8x$, il ne donne que la racine 8, (oubliant la racine 0 qui n'est pas considérée comme un nombre). Des justifications géométriques des résolutions proposées sont données mais, à l'opposé des Grecs, l'esprit de la méthode est algébrique.

1. Expliquez les différentes étapes du calcul d’ Al-Khwarizmi.
2. Après l’étape 3, comment procède-t-il d’après vous ?

Résolution d’équations par les mathématiciens arabes

Rem. : Les œuvres des Grecs ne nous sont connues que par des manuscrits postérieurs de 1 000 ans à leurs auteurs, chargés de remaniements de toutes sortes. Certaines œuvres ne sont même connues que par une traduction arabe.

Les mathématiciens Arabes

Au 8e siècle, les mathématiciens Arabes, ou plus exactement ceux venant de régions allant de l'Espagne au Moyen Orient, commencent à se procurer des manuscrits grecs à Constantinople. Ils reçoivent aussi des livres indiens de calcul qui expliquent l'usage du zéro. Vers 820-830, Al-Khwarizmi (originaire d'Ouzbékistan, connu plus tard par des traductions latines qui le nomment Algorismus, origine du mot algorithme), membre de la communauté scientifique réuni autour du calife al Mamoun, décrit, dans son traité d'algèbre, des transformations algébriques qui, avec nos notations, donnent :

On cherche à résoudre l’équation : $6x^2-6x+4 = 4x^2-2x+8$
Etape 1 : $6x^2+4+2x= 4x^2+8+6x$ par al jabr (ce verbe, exprime le remplissage ou la réduction d'une fracture)
Etape 2 : $3x^2+2+x = 2x^2+4+3x$ par al hatt
Etape 3 : $x^2 = 2x+2$ par al muqqabala

Il distingue 6 types d'équations de degré inférieur ou égal à 2 (car les coef. a,b,c sont positifs)
$ax^2=bx$ $ax^2=b$ $ax=b$ $ax^2+bx=c$ $ax^2+c=bx$ $ax^2=bx+c$

En outre, pour l'équation $x^2=8x$, il ne donne que la racine 8, (oubliant la racine 0 qui n'est pas considérée comme un nombre). Des justifications géométriques des résolutions proposées sont données mais, à l'opposé des Grecs, l'esprit de la méthode est algébrique.

3. Expliquez les différentes étapes du calcul d’ Al-Khwarizmi.
4. Après l’étape 3, comment procède-t-il d’après vous ?