T.D. 4	Fiche d'exercices n°2	1S
Chapitre 4 : Dérivation	**Dérivation de fonctions**	*Novembre 2004*

<u>Exercice 1</u> : Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions définies sur IR.(Attention à l'ensemble de dérivation)

1. $f(x) = -2x^3 + x - 2$ et $g(x) = 2x^2 - 3x + \frac{1}{\pi}$
2. $h(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{3}$ et $y(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2}$
3. u définie. sur $]0 ;+\infty[$ par $u(x) = 4\sqrt{x} + \frac{1}{x} - \pi^2$

Produits : $\boxed{(u.v)' = u'v + uv'}$

<u>Exercice 2</u>

f est une fonction définie sur IR par

$f(x) = (x^2 + 1)(-2x^3 + 3x - 7)$. On écrit $f(x) = u(x).v(x)$.

1) a) Recopier et compléter :

$u(x) = \dots$ $v(x) = \dots$

$u'(x) = \dots\dots$ $v'(x) = \dots..$

b) Calculer alors $f'(x)$ pour tout réel x.

2) Développer l'expression de f, dériver et retrouver le résultat du 1b)

<u>Exercice 3</u>

1. Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes et l'ensemble de dérivation.
   a. f définie sur IR^+ par $f(x) = (x^2 + 2)\sqrt{x}$
   b. g déf. sur IR^+ par $g(x) = (x^3 + 2x)(\sqrt{x} + 1)$
2. Donner une équation des tangentes à Cf et Cg au point d'abscisse 1

<u>Exercice 4</u>

f est la fonction définie sur IR par $f(x) = (2x^2 - x + 4)^2$

1. Développer f(x) et calculer $f'(x)$ pour tout réel x.
2. Autre méthode
   a. On écrit $f(x) = u(x)^2$.
      Donner l'expression de u(x)
   b. Calculer $f'(x)$ avec la formule $(u^2)' = 2uu'$
3. Quelle est la méthode la plus rapide ?

Quotient, inverse: $\boxed{\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}}$ $(u \neq 0)$ $\boxed{\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}}$ $(v \neq 0)$

<u>Exercice 5</u>

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes. (Attention à l'ensemble de dérivation)

1. f déf. sur $]-2 ;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{3x + 6}$
2. g déf. sur $]2 ;+\infty[$ par $g(x) = \frac{2x+1}{3x - 6}$
3. h déf. sur $]2 ;+\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{-3x^2 + 12} + \frac{1}{3}$
4. i déf. sur IR par $i(x) = \frac{1}{2(x^2+1)}$
5. j déf. sur IR par $j(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{2x^2+1}$
6. k déf. sur IR^+ par $k(x) = \frac{\sqrt{x}}{-x^2-1}$

Dérivée de $x \rightarrow f(ax+b)$

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes. (Attention à l'ensemble de dérivation)

1. f déf. sur $]-2 ;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{4x + 8}$
2. g déf. sur IR par $g(x) = (3x + 1)^5$
3. h déf. sur $]1/2 ;+\infty[$ par $h(x) = (3 - 2x)^4\sqrt{2x-1}$

Divers

<u>Exercice 6</u>

Déterminer la fonction dérivée après avoir précisé l'ensemble de définition et de dérivation de chacune des fonctions définies par :

1. $f(x) = \left(\frac{1 - 2x}{2 - 4x}\right)^2$
2. $g(x) = \left(\frac{1 - 2x}{2 - 4x}\right)\sqrt{x}$

<u>Exercice 7</u> Quelques astuces : Fonction du type $\frac{k}{u}$ ou $\frac{u}{k}$

$\boxed{\frac{k}{u} = k.\frac{1}{u} \quad \text{et} \quad \frac{u}{k} = \frac{1}{k}.u}$ *$k \neq 0$ et $u \neq 0$*

1. f déf. sur IR par $f(x) = \frac{3}{x^2+2}$
2. g déf. sur $]2 ;+\infty[$ par $g(x) = \frac{5}{-3x + 12} + \frac{-3x + 12}{5}$
3. h déf. sur IR/{-1} par $h(x) = \frac{3}{4(x+1)^2}$

Tangentes

<u>Exercice 8</u> : f est la fonction définie sur IR;{0} par $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. Déterminer une équation de la tangente à Cf au point d'abscisse 2.
3. La droite d'équation $y = x + 1$ est-elle tangente à la courbe Cf ? Si oui en quel point ?

<u>Exercice 9</u> : f est la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 2}$

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. La courbe Cf admet-elle une tangente horizontale ? Si oui en quel point ?

<u>Exercice 10</u> : f est la fonction déf. sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. Déterminer une équation de la tangente à Cf au point d'abscisse 4.
3. La courbe Cf admet-elle une tangente horizontale ? Si oui en quel point ?

<u>Exercice 11</u> : Position d'une courbe par rapport à une tangente

f est la fonction déf. sur IR par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ de courbe Cf.

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. Déterminer une équation de la tangente T à Cf au point d'abscisse 1. On note $y=ax+b$ cette équation.
3. Soit d la fonction définie sur IR par $d(x) = f(x) - (ax+b)$
   Etudier le signe de d(x) et en déduire la position de Cf par rapport à T.

Défi *: Etudier la position de la courbe des fonctions inverse et carrée par rapport à n'importe quelle tangente respectivement sur IR^+_* et sur IR..*

<u>Exercice 12</u> : Fonction à déterminer

f est la fonction déf. sur IR par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Déterminer les réels a,b,c et d sachant que :

- Cf coupe l'axe des ordonnés au point d'ordonnée 20, et
- que Cf passe par le point A(-1 ;18) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 3., et
- que Cf admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0.