ETUDE DE FONCTIONS – FONCTIONS COMPOSEES
$1^{ère}$ S

Exercice 1 : Calcul de composées

Soit f la fonction définie par $f(x)= x^2-3$

Soit g la fonction définie sur par $g(x)=\frac{1}{x+1}$

1. Déterminer les ensembles de définition de g et de f.
2. Déterminer par la méthode de votre choix les sens de variation de f et de g. (Citez les théorèmes utilisés)

Rappel *:*

Par définition (fog)(x) = f[g(x)] donc pour que cette fonction soit définie il faut :

- *que $x \in Dg$ (ensemble de définition de g)*
- *ET que $g(x) \in Df$ (ensemble de définition de f)*

---

3. Etude de fog
   a. Déterminons l'ensemble de définition de fog c'est-à-dire de la fonction $x \to f\,[g(x)\,]$

Il faut donc écrire que fog est définie pour les réels x tels que : $\begin{cases} x \in Dg \\ g(x) \in Df \end{cases}$

Cela équivaut à $\begin{cases} x \in \ldots\ldots\ldots \text{ (condition 1)} \\ \frac{1}{x+1} \in \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ (condition 2)} \end{cases}$

Vérifier chacune des conditions et déterminer l'ensemble de définition de fog.

   b. Ecrire alors l'expression de fog pour $x \in D_{fog}$

4. Etude de gof
   a. Déterminons l'ensemble de définition de gof c'est-à-dire de la fonction $x \to g\,[f(x)\,]$

Il faut donc écrire que gof est définie pour les réels x tels que : $\begin{cases} x \in Df \\ f(x) \in Dg \end{cases}$

Cela équivaut à $\begin{cases} x \in \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ (condition 3)} \\ x^2-3 \in \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ (condition 4)} \end{cases}$

   i. Trouver les valeurs pour lesquelles la condition (4) n'est pas vérifiée.
   ii. En déduire l'ensemble de définition de gof (que l'on note D_{gof})

   b. Ecrire alors l'expression de fog pour $x \in D_{fog}$

Exercice 2 : Déterminer un sens de variation

1. Déterminer le sens de variation de f définie sur]-3 ;+ ∞[par $f(x) = \frac{1}{x+3}$
2. Soit g la fonction définie sur]-3 ; + ∞ [par $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$
   a. Démontrer qu'il existe des réels a et b tels que $g(x) = a + \frac{b}{x+3}$ sur Dg
   b. En déduire le sens de variation de g
   c. Par quelle transformation passe-t-on du graphe de la fonction $h : x \to -\frac{2}{x}$ à celui de g ?