DECF

SESSION 2003

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET INFORMATIQUE

Éléments indicatifs de corrigé

Tournez la page S.V.P.

PARTIE 1

1. Les axes 1 et 2 contiennent au total 96 % de l'inertie. La représentation est donc très **satisfaisante**.

2. Le modèle ASPIN attire la catégorie **des pratiquants occasionnels aux faibles moyens financiers.** En effet sur le graphique ♦mof, ♦jof, ♦aof sont très proches de □ ASPIN, assez loin du centre, et ces 4 profils sont bien représentés, situation qui caractérise une attraction entre un profil ligne et un profil colonne.

   Le modèle TOURMALET, au contraire, s'adresse **aux pratiquants réguliers ayant des moyens financiers élevés**. (Proximité sur le graphique des profils □ TOURMALET et des profils ♦mre, ♦are, ♦jre tous bien représentés et assez loin du centre). L'attraction est moins prononcée ici que dans le cas précédent.

   L'axe 1 oppose les **pratiquants réguliers aisés** (re) dont les points sont situés à gauche, près de l'axe 1, loin du centre et bien représentés, **aux pratiquants occasionnels à faibles moyens financiers** (of) dont les points sont situés à droite, près de l'axe 1, loin du centre et bien représentés.

3. Il n'y a pas de localisation particulière des points clients selon l'âge. (légendes j,m,a). Donc **l'âge de l'acheteur n'a pas d'influence décisive sur le choix d'un modèle.**

4. Contrairement aux 3 autres, les **modèles GALIBIER et LAUTARET** n'attirent pas de clientèle particulière. On peut envisager d'arrêter leur production.
Cependant, si le profil LAUTARET est assez bien représenté ($0{,}56+0{,}39$ est proche de 1), le profil GALIBIER est mal représenté ($0{,}45+0{,}00$ est plus proche de 0 que de 1), il faudrait donc plus de renseignements pour conclure, en particulier les poids des profils des 5 modèles de VTT.

PARTIE 2

1. Temps total de montage : $1 \times 6 + 1{,}5 \times 12 + 3 \times 12 = \mathbf{60}$ **heures**.
   Coût total des pièces : $80 \times 6 + 90 \times 12 + 120 \times 12 = \mathbf{3\,000}$ **euros**.
   Marge totale : $32 \times 6 + 45 \times 12 + 72 \times 12 = \mathbf{1\,596}$ **euros**.

2. **a.** Forme standard du problème à résoudre :
   Maximiser $Z = 32x + 45y + 72z$
   avec $x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0,\ e_1 \geq 0,\ e_2 \geq 0,\ e_3 \geq 0$
   et $\begin{cases} x + y + z + e_1 = 35 \\ x + 1{,}5y + 3z + e_2 = 60 \\ 80x + 90y + 120z + e_3 = 3\,000 \end{cases}$

   b. Résolution par la méthode du simplexe :

	x	y	z	e_1	e_2	e_3	R	R/VE
e_1	1	1	1	1	0	0	35	35
e_2	1	1,5	**3**	0	1	0	60	**20**
e_3	80	90	120	0	0	1	3 000	25
Z	32	45	**72**	0	0	0	0	

e_1	2/3	1/2	0	1	$-1/3$	0	15	30
z	1/3	1/2	1	0	1/3	0	20	40
e_3	40	**30**	0	0	-40	1	600	**20**
Z	8	**9**	0	0	-24	0	$-1\,440$	

e_1	0	0	0	1	1/3	$-1/60$	5
z	$-1/3$	0	1	0	1	$-1/60$	10
y	4/3	1	0	0	$-4/3$	1/30	20
Z	-4	0	0	0	-12	$-3/10$	$-1\,620$

Conclusion

La marge est maximale si on produit : **0 modèle ASPIN, 20 modèles ISERAN et 10 modèles TOURMALET.**

   c. Par rapport à la solution initiale, **la marge a augmenté de 24 euros** ($1\,620 - 1\,596 = 24$).

PARTIE 3

1. $E(M_1) = 32E(X_1) = 32 \times 50 = \mathbf{1\,600}$; $\sigma(M_1) = 32\sigma(X_1) = 32 \times 5 = \mathbf{160}$;
$E(M_2) = 45E(X_2) = 45 \times 70 = \mathbf{3\,150}$; $\sigma(M_2) = 45\sigma(X_1) = 45 \times 6 = \mathbf{270}$;
$E(M_3) = 72E(X_3) = 72 \times 35 = \mathbf{2\,520}$; $\sigma(M_3) = 72\sigma(X_3) = 72 \times 4 = \mathbf{288}$.

2. $M_H = M_1 + M_2 + M_3 - 5\,200$, donc $E(M_H) = 1\,600 + 3\,150 + 2\,520 - 5\,200 = \mathbf{2\,070}$.
M_1, M_2, M_3 sont indépendantes, $\sigma(M_H) = \sqrt{160^2 + 270^2 + 288^2} \approx \mathbf{426}$.

3. **a.** $P(M_H > 2\,100) = 1 - P(M_H \leq 2\,100) = 1 - \Pi\left(\dfrac{2\,100 - 2\,070}{426}\right) = 1 - \Pi(0{,}07) \approx \mathbf{0{,}47}$.

b. $P(1\,900 \leq M_H \leq 2\,300) = \Pi\left(\dfrac{2\,300 - 2\,070}{426}\right) - \Pi\left(\dfrac{1\,900 - 2\,070}{426}\right) = \Pi(0{,}54) - \Pi(-0{,}40) \approx \mathbf{0{,}36}$.

4. Soit x le montant cherché des coûts annexes hebdomadaires.
$E(M_H) = 1\,600 + 3\,150 + 2\,520 - x = 7\,270 - x$.
$P(M_H > 2\,100) = 1 - \Pi\left(\dfrac{2\,100 - 7\,270 + x}{426}\right) = \Pi\left(\dfrac{5\,170 - x}{426}\right)$.
$P(M_H > 2\,100) > 0{,}9$ s'écrit $\Pi\left(\dfrac{5\,170 - x}{426}\right) > \Pi(1{,}29)$, donc $\dfrac{5\,170 - x}{426} > 1{,}29$
d'où $x < 5\,170 - 1{,}29 \times 426$ il faudrait donc limiter les coûts annexes hebdomadaires à **4 620 €**.
(*Accepter les valeurs entières de* 4 620 *à* 4 624).

PARTIE 4

1. Intervalle de confiance d'une proportion : $I = \left[f - t\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n-1}} \,;\, f + t\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n-1}} \right]$,
où : $f = \dfrac{21}{350} = 0{,}06$, $n = 350$, $\Pi(t) = 1 - \dfrac{1 - 0{,}92}{2} = 0{,}96$ d'où $t = 1{,}75$.
$I = [\ \mathbf{0{,}04 \,;\, 0{,}08}\ ]$. (*Accepter les intervalles avec n au lieu* $n-1$ *dans le calcul de l'écart type*).

2. Hypothèse H_0: $p = 0{,}03$ contre $p > 0{,}03$. On fait un test unilatéral au seuil 5 %, $\Pi(t) = 0{,}95$ pour $t = 1{,}645$.

Zone critique (rejet de H_0) : $\left]\, 0{,}03 + 1{,}645\sqrt{\dfrac{0{,}03 \times 0{,}97}{200}} \,;\, +\infty \right[$ soit $]\, 0{,}0498 \,;\, +\infty\, [$.

Dans l'échantillon contrôlé, on a $f = \dfrac{7}{200} = 0{,}035$, qui est inférieur à 0,0498, donc **l'action menée a permis d'atteindre l'objectif de manière significative au seuil 5 %.**