620 106 bis

DECF

SESSION 2006

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

Éléments indicatifs de corrigé

DOCUMENT CONFIDENTIEL
AUCUNE DIFFUSION AUTORISÉE
A L'EXCEPTION DES CORRECTEURS

EXERCICE 1

1) La projection est satisfaisante car l'inertie cumulée sur les 2 axes est 50,6 % + 32,8 % = 83,4 %.

2) Les variables INV, ACHAT, PIB, CONS sont proches du cercle de corrélation

Et sont proches les unes des autres donc fortement corrélées positivement.

3) EPAR et PRIX sont fortement corrélées négativement (proches du cercle, angle presque plat)

TIC et INV ne sont pas linéairement corrélées. (proches du cercle, angle presque droit)

4)

a) L'année 1995 est très mal représentée (9 %) dans le plan principal. On ne peut donc rien en dire à partir de l'annexe fournie.

b) Le cercle des corrélations montre que les années assez loin du centre et proches de l'axe-1 à droite, ont présenté une bonne progression du pouvoir d'achat par rapport à l'année précédente. (La variable ACHAT est fortement corrélée au demi axe-1 droit).
C'est le cas de l'année 1989.
Les observations précédentes sont pertinentes du fait de la très bonne représentation de cette année (98 %)

EXERCICE 2

1-a) P (D) = P (X < 15,98 **OU** X > 16,02) = P (X < 15,98) + P (X > 16,02) (incompatibilité)

P (D) = Π (-2) + 1 - Π (2) = 2 (1 - Π (2)) = 0,0456

$\boxed{\text{4,56 \% des billes ont le défaut de diamètre.}}$

Ou par passage au complémentaire

1-b) P (X < 15,98 OU X > 16,02) = 0,025 équivaut à $\mathbf{\Pi(-\frac{0,02}{\sigma}) + 1 - \Pi(\frac{0,02}{\sigma}) = 0,025}$

$\mathbf{\Pi(\frac{0,02}{\sigma}) = 0,9875}$ d'où $\mathbf{\frac{0,02}{\sigma} = 2,24}$ d'où $\boxed{\sigma = 0{,}0089 \text{ mm.}}$

Ou par passage au complémentaire

2-a) P (D **ET** S) = P (D) × P (S) à cause de l'indépendance.
P(D ET S) = 0,025 × 0,016 = 0,0004.

$\boxed{P(D \cap S) = 0{,}0004}$

2-b) P (D **OU** S) = P (D) + P (S) – P (D ET S) = 0,0406.

$\boxed{P(D \cup S) = 0{,}0406}$

Ou par le complémentaire

3-a) *Y* qui suit la loi binomiale ***B*** (100 ; 0,04) peut être approchée par *Y'* qui suit la loi de Poisson ***P*** (4) car le paramètre vaut λ = *n p* = 100 × 0,04 = 4.

Pour faire 6 roulements, il faut au moins 6 × 15 = 90 billes sans défaut donc au plus 10 billes avec défaut. P (*Y'* ≤ 10) = 0,997 (tables)

$\boxed{\text{P(faire 6 roulements) = 0,997}}$

On acceptera aussi P(Y=10) à cause de l'énoncé…

3-b) *Y* qui suit la loi binomiale ***B*** (1000 ; 0,04) peut être approchée par *Z* qui suit la loi normale ***N*** (40 ; 6,197) car les paramètres valent $\lambda = n\,p$ = 1000 × 0,04 = 40 et $\sigma = \sqrt{\boldsymbol{npq}}$ = 6,197

Pour faire 65 roulements, il faut au moins 65 × 15 = 975 billes sans défaut donc au plus 25 billes avec défaut.
P (*Z* ≤ 25) = Π (-2,42) = 0,0078 (tables)

$\boxed{\text{P(faire 65 roulements)} \approx 0{,}01 \quad (\textit{arrondi})}$

(*Si on fait la correction de continuité on trouve : P (Z ≤ 25,5) = Π (-2,34) = 0,0096* ≈ 0,01)

4) Le test porte sur la proportion *p* de billes ayant le défaut de surface avec le nouvel abrasif.
*Les hypothèses sont :
H0 : *p* = 0,016 [pas de diminution]
H1 : *p* < 0,016 [diminution significative]

**Sous H0 :

la fréquence d'échantillon F suit la loi normale $\mathcal{N}\left(p\ ;\sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$c'est à dire $\mathcal{N}$(0,016 ; 0,005).

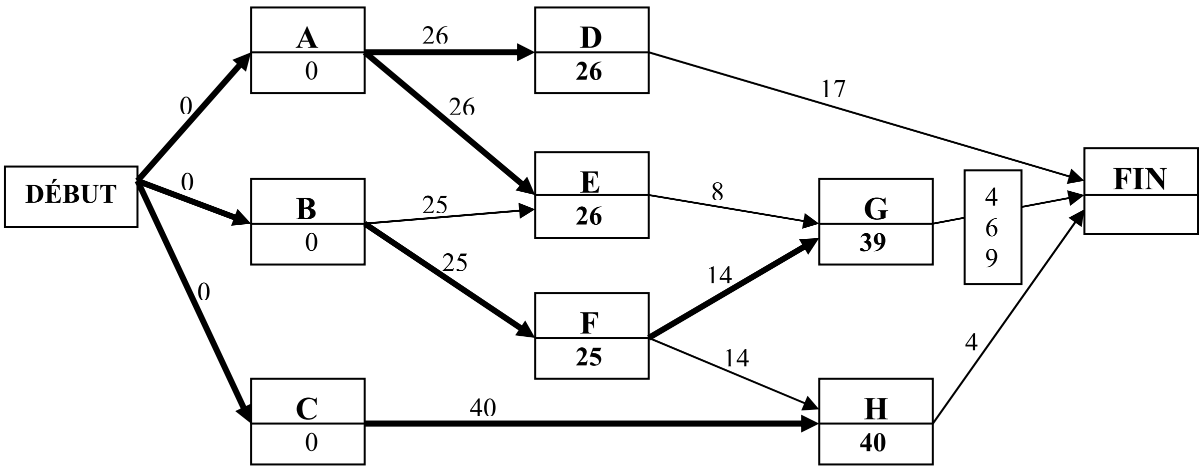
***Soit s le seuil défini par P ($F < s$) = 0,04 et f la fréquence de l'échantillon.
Calcul du seuil : $\Pi\left(\frac{s - 0{,}016}{0{,}005}\right) = \mathbf{0{,}04}$ et Π (- 1,75) = 0,04.
Donc le seuil vaut s = 0,016 – 1,75 × 0,005 = 0,00725 ;

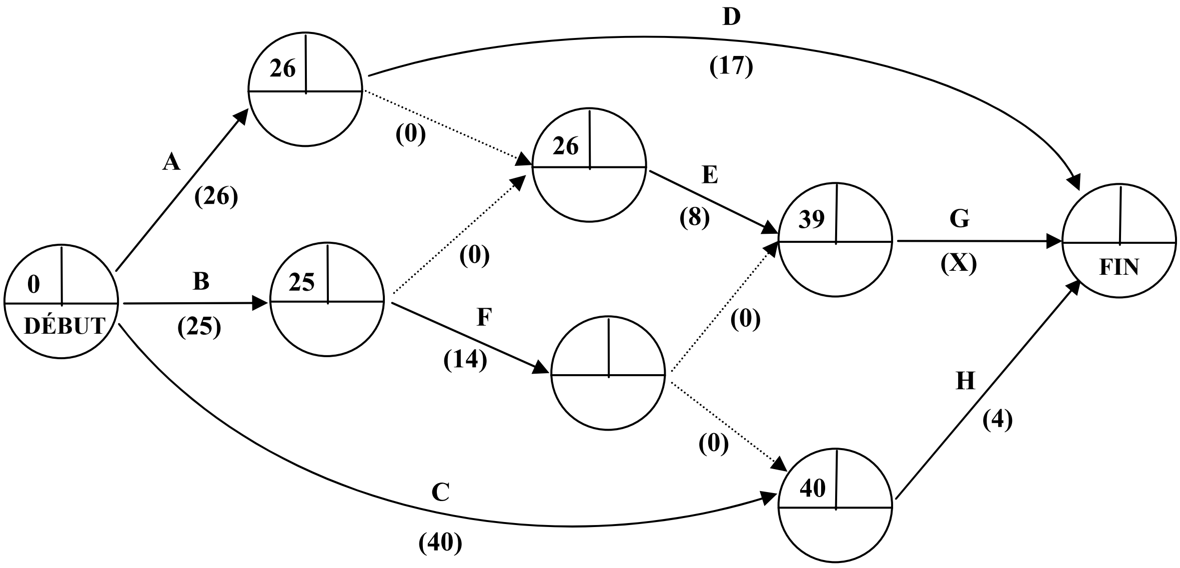
****La **règle de décision** sera : si $f < s$ on rejette H0
si $f > s$ on accepte H0.

*Décision : la fréquence échantillon vaut : f = 7 / 630 ≈ 0,01111
$f > s$ donc on accepte H0 : Il n'y a pas de diminution significative de *la proportion étudiée*.

Dans le cas de l'indication directe de la zone critique, enlever seulement 0,5 points pour la non indication de « sous H0» et de «loi normale»

EXERCICE 3





1) Les dates de début au plus tôt de D, E, F, G, H sont respectivement de 26, 26, 25, 39, 40 jours.
Les arcs maximaux sont en gras dans le graphe MPM.

2) Soit δ la durée minimale d'exécution du projet.

Si $X = 4$ alors δ = MAX (26+17, 39+**4**, <u>40+4</u>) = 44. (**C-H**) est critique.

Si $X = 6$ alors δ = MAX (26+17, <u>39+**6**</u>, 40+4) = 45. (**B-F-G**) est critique.

Si $X = 9$ alors δ = MAX (26+17, <u>39+**9**</u>, 40+4) = 48. (**B-F-G**) est critique.

3) L'espérance mathématique de la durée minimale δ d'exécution du projet est :

$E(\delta) = \sum \boldsymbol{p_i\, d_i} = 0{,}3 \times 44 + 0{,}6 \times 45 + 0{,}1 \times 48 =$ **45 jours**.