



SESSION DE 2001

1/4

MÉTHODES QUANTITATIVES

SUJET DE MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2 heures. – COEFFICIENT : 0,5

Matériel autorisé :

Une calculatrice de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante et sans aucun moyen de transmission, à l'exclusion de tout autre élément matériel ou documentaire (circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 ; BOEN n° 42).

Document remis au candidat.

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1 à 3 ainsi qu'une **annexe A** (*à rendre avec la copie*).

Il vous est demandé de vérifier que le sujet est complet dès sa mise à votre disposition.

(Les deux exemplaires de l'**annexe A** (*à rendre avec la copie en un exemplaire*) étant suffisants pour permettre la préparation et la présentation des réponses, il ne sera pas distribué d'exemplaires supplémentaires.)

PREMIÈRE PARTIE (4 points)

Un acte de vente stipule que la valeur d'un bien varie proportionnellement à l'indice des prix publié par l'INSEE.

La valeur de ce bien était de 700 000 F lorsque l'indice des prix était de 147.

- a. Quelle sera la valeur de ce bien si le jour où la transaction est réalisée l'indice est de 152 ?
- b. À quel niveau est l'indice si la valeur du bien est estimée à 760 000 F ?
- c. En réalité on choisit comme nouvelle époque de base le jour où l'indice atteint le niveau 168 : le nouvel indice a alors pour valeur 100.

Quelle est dans ce cas la valeur du bien lorsque le nouvel indice passe à 105 ?

Nota : arrondir les résultats au franc ou au point d'indice le plus proche.

DEUXIÈME PARTIE (8 points)

Un particulier a placé au taux annuel de 3,5 %, le premier de chaque mois et cela pendant 5 ans, la somme de 5 000 F.

- a. Déterminer le taux mensuel équivalent à 0,001 % près.
- b. En déduire la valeur acquise par la suite de ces 60 versements (on admet que le taux mensuel retenu par la banque après négociation est de 0,3 %).
- c. Pour acquérir un logement dont la valeur est de 840 000 F cette personne emprunte la somme de 500 000 F qu'elle remboursera par 120 mensualités constantes au taux mensuel de 0,5 %.
 - 1. Quel est le montant de ces mensualités ? (arrondir au franc le plus proche).
 - 2. Donner la première, deuxième et dernière ligne du tableau d'amortissement (utiliser la feuille annexe).
 - 3. Préciser le total des intérêts payés.

TROISIÈME PARTIE (8 points)

Nota : dans cette partie, tous les résultats numériques seront arrondis au centième le plus proche.

Plusieurs pays se sont unis pour créer une monnaie unique en 1990 : l'ORE. Le cours de cette monnaie par rapport au dollar au fil des ans a été le suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	1,45	1,40	1,31	1,31	1,30	1,20	1,19	1,11	1,11	1,09	1,06

x représente l'année (1990 + x).

y est le cours de l'ORE par rapport au dollar... Ainsi en 1994 un ORE valait 1,30 dollar.

- a. (Dans cette question aucune justification n'est demandée ; les résultats numériques seront obtenus à l'aide d'une calculatrice).
 - 1. Représenter le nuage de points (x, y) dans un repère orthogonal.
Unités : axe des abscisses : 1 cm pour une année ;
axe des ordonnées : 10 cm pour un (voir annexe A).
 - 2. Donner le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.

3. Donner une équation de la droite de régression de y en x .

Représenter cette droite dans le repère précédent.

En déduire le cours de l'ORE pour l'année de rang 11.

b. Pour le long terme, on envisage un ajustement de type exponentiel.

Pour x réel positif, on considère la fonction f définie par :

$$f(x) = k + e^{-bx}, \text{ où } k \text{ et } b \text{ sont des constantes.}$$

1. Déterminer k et b de manière à ce que $f(0) = 1,45$ et $f(1) = 1,40$.

2. Préciser $f(3), f(6), f(9), f(10)$.

Calculer $f'(x)$.

Quel est le sens de variation de f pour x appartenant à $[0; +\infty[$?

Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3. Déduire des questions précédentes une estimation du cours de l'ORE pour l'année de rang 11 ; pour l'année de rang 20.

c. On suppose le franc lié à l'ORE par la relation $1 \text{ F} = 0,15 \text{ ORE}$, quelle que soit l'année considérée.

Que représente en dollars la somme de 700 000 F au cours de l'année de rang 0 ?

Que représente en dollars la somme de 840 000 F au cours de l'année de rang 10 ?

ANNEXE A (feuille à rendre avec la copie)

DEUXIÈME PARTIE

Période	D	I	R	A
1				
2				
120				

D : Capital restant dû en début de période.

I : Intérêt payé en fin de période.

R : Amortissement payé en fin de période.

A : Mensualité payée en fin de période.

Rappels :

* Valeur des annuités constantes qui amortissent en n périodes un capital de un franc : $\frac{t}{1 - (1+t)^{-n}}$.

* Valeur acquise, après n périodes, par une suite d'annuités de un franc placées à la fin de chaque période : $\frac{(1+t)^n - 1}{t}$.

* Lors d'un emprunt indivis remboursé par annuités constantes, les amortissements sont en progression géométrique.

TROISIÈME PARTIE

cours
de l'ORE
par rapport
au dollar

1

0

5

10

années (rangs)