



DPECF

1/3

SESSION 2002

MÉTHODES QUANTITATIVES

SUJET DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures. – Coefficient : 0,5

Matériel autorisé :

Une calculatrice de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante, et sans aucun moyen de transmission, à l'exclusion de tout autre élément matériel ou documentaire (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999 ; BOEN n°42)

Document remis au candidat.

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1 à 3 et un encart.

Il vous est demandé de vérifier que le sujet est complet dès sa mise à votre disposition.

L'annexe est à **rendre** en un exemplaire avec la copie en fin d'épreuve. Les deux exemplaires fournis étant suffisants pour permettre la préparation et la présentation des réponses, il ne sera pas distribué d'exemplaires supplémentaires.

AVERTISSEMENT

Si le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes, vous conduit à formuler une ou plusieurs réponses, il vous est demandé de lui (ou les) mentionner(s) clairement et sans copie.

PROBLÈME 1

2/3

Le 1/1/n une entreprise a emprunté 1 000 000 € au taux annuel de 5%. Elle veut rembourser en 5 ans. Trois formules sont possibles : l'entreprise choisira celle qui minimise le total des intérêts.

- 1) Première formule : le remboursement s'effectue au moyen de 5 annuités constantes, la première survenant le 1/1/(n+1).
Quel est le montant de ces annuités ? Quel est le total des intérêts payés ?
- 2) Deuxième formule : le remboursement a lieu suivant la règle des emprunts indivis avec des amortissements constants de 200 000 €. Il y a 5 annuités, la première survenant le 1/1/(n+1).
Compléter le tableau d'amortissement figurant en **annexe**.
- 3) Troisième formule : l'entreprise rembourse 300 000 € le 1/1/(n+2)
400 000 € le 1/1/(n+3)
le solde M est versé le 1/1/(n+5).
Écrire l'équation qui assure l'équivalence entre la somme empruntée et les sommes remboursées en actualisant au 1/1/n.
En déduire la valeur de M ; préciser le total des intérêts payés.
- 4) Conclure sur la décision de l'entreprise.

PROBLÈME 2

D)

Une entreprise produit trois types d'objets a, b et c. La fabrication de ces objets impose leur passage dans trois ateliers successifs notés A1, A2, A3.

Le tableau ci dessous, dit tableau de production, indique le nombre d'heures nécessaires pour la fabrication de chaque type d'objet, ainsi que le volume horaire hebdomadaire disponible dans chaque atelier.

Objets	Ateliers	A1	A2	A3
a		1	5	2
b		1	3	7
c		2	4	1
Total horaire hebdomadaire disponible		160	500	350

(La fabrication de l'objet b nécessite un passage d'une heure en A1, de trois heures en A2, de sept heures en A3, etc...).

Les questions 1, 2, 3 étudient trois situations différentes au cours d'une semaine.

- 1) On produit 50 objets a et 50 objets c. Combien peut-on alors produire d'objets b et quelles sont dans ce cas les ressources horaires encore disponibles dans chaque atelier ?
- 2) Peut-on produire 85 objets a et 25 objets b ? Pourquoi ne peut-on pas alors produire d'objets c ?
- 3) On note x le nombre d'objets a, y le nombre d'objets b, z le nombre d'objets c que l'entreprise produit au cours d'une semaine donnée.
Il est souhaitable que les ateliers A1, A2, A3 utilisent leurs stocks horaires hebdomadaires en totalité. Déterminer la production qui satisfait cette condition en résolvant le système suivant :

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 160 \\ 5x + 3y + 4z &= 500 \\ 2x + 7y + z &= 350 \end{aligned}$$
- 4) Les objets a, b, c sont vendus avec une marge de respectivement 600, 400, 200 euros. Déterminer les marges hebdomadaires associées aux 3 productions étudiées (voir questions 1, 2 et 3).

II)

À la suite d'une restructuration l'entreprise ne fabrique plus que les objets a et b avec deux ateliers A et B. Le tableau de production est alors le suivant :

Objets	Ateliers	A	B
a		4	6
b		4	3
Total horaire disponible		400	525

(la fabrication de l'objet a requiert un passage de 4 heures dans l'atelier A, de 6 heures dans l'atelier B, etc...).

- 1) Écrire sous forme d'inéquations le système des contraintes concernant la fabrication de x objets a et de y objets b au cours d'une semaine donnée.
- 2) Représenter graphiquement les droites (D) et (D') d'équations respectives

$$x + y = 100 \quad \text{et} \quad 2x + y = 175$$
 (utiliser le repère de la feuille **annexe**), préciser les coordonnées de leur point d'intersection I.
Indiquer, au moyen de hachures la partie du plan représentant les solutions graphiques du système figurant à la question II) 1).
- 3) Les objets a et b sont vendus avec une marge de respectivement 600 et 400 euros. On note W la marge procurée par la vente de x objets a et de y objets b au cours d'une semaine donnée.
Exprimer W en fonction de x et y .
Tracer la droite (Δ) correspondant au cas particulier $W = 50\,000$ dans le repère ci-dessus. Quelle est la production qui maximise W ? Justifier votre réponse. Quelle est la marge maximale ?

PROBLÈME 1

Date	Capital restant dû en début de période	Intérêt	Amortissement	Annuités
1/1 (n+1)	1 000 000	50 000	200 000	250 000
1/1 (n+2)				
1/1 (n+3)				
1/1 (n+4)				
1/1 (n+5)				
	TOTAL			

PROBLÈME 2

Nombre y
d'objets b

100

50

0

50

100

Nombre x
d'objets a