

DPECF

SESSION 2003

4

MÉTHODES QUANTITATIVES

SUJET DE MATHÉMATIQUES

Éléments indicatifs de corrigé

Barème indicatif :

Exercice I

Partie A 6,5 points

Partie B 5,5 points

Exercice II

8 points

Exercice I (12 points)

Partie A :

1-

Voir feuille papier millimétré

Nuage $(x_i ; y_i)$ Nuage $(x_i ; z_i)$

2-a

Y_i	1.8326	1.5892	1.3218	1.0116	0.8755	0,8109
-------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

2-b

$r = -0,942552$

$Y = -1,41x + 2,08$

2-c

$y = e^{-1,41x + 2,08}$

2-d

$y = e^{-0,035}$

$y \approx 966$

3-a

$r = 0,97149$

oui car r est proche de 1

3-b

$z = 0,53x + 1,10$

Partie B :

1-

$f'(x) = -1,41e^{-1,41x + 2,08}$

 $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur $[0 ; 1,5]$.

2-

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,5
$f(x)$	8	6,04	4,55	3,43	2,59	1,95	1,47	1,11	0,97

Courbe C_f Courbe C_g

3-

$x = 1,1$

$f(1,1) \times 1000 \times 1,1 \approx 1900 \text{ €}$

$g(1,1) \times 1000 \times 1,1 \approx 1900 \text{ €}$

EXERCICE II

(total : 8 points)

$$1. \text{ annuité} = 1\,000 \times 8\,000 \frac{0,058}{1 - (1+0,058)^{-8}} = 1\,278\,109 \quad (1 \text{ point})$$

2. Tableau d'amortissement de l'emprunt (total : 3 points)

Année	Dette en valeur nominale au début de l'année	Intérêt de l'année	Nombre d'obligations à amortir en fin d'année	Amortissement	Annuité
1	8 000 000	464 000	814	814 000	1 278 000
2	7 186 000	416 788	861	861 000	1 277 788
8	1 208 000	70 064	1 208	1 208 000	1 278 064
	(0,75 pts)	(0,75 pts)	(0,75 pts)		(0,75 pts)

3. 1^{ère} solution :

$$8000 \times \frac{2}{3} = 814 \frac{(1,058)^n - 1}{0,058}$$

$n = 5,71 \Rightarrow$ un peu plus des 2/3 des obligations seront remboursés après le versement de la 6^{ème} échéance. (1 point)

2^{ème} solution :

$$8000 \times \frac{2}{3} = 8000 \times \frac{(1,058)^p - 1}{(1,058)^8 - 1} \Rightarrow p = 5,71$$

4. Taux de rendement moyen :

$$8000 \times 990 = 1\,278\,109 \times \frac{1 - (1+t)^{-8}}{t}$$

$$\frac{1 - (1 + t)^{-8}}{t} = 6,19665$$

si $t = 6 \%$

$$\frac{1 - (1 + t)^{-8}}{t} = 6,209794$$

si $t = 6,1 \%$

$$\frac{1 - (1 + t)^{-8}}{t} = 6,18529$$

$6 \% < t < 6,1 \%$

par interpolation : $t = 6,05 \%$ (1,5 point)

Taux de revient :

$$8000 \times 990 - 8000 \times 1000 \times 0,005 = 7\,880\,000$$

$$7\,880\,000 = 1\,278\,109 \times \frac{1 - (1 + t)^{-8}}{t} \quad (1,5 \text{ point})$$
$$\Rightarrow t = 6,1818 \%$$