

SESSION 2003

MÉTHODES QUANTITATIVES

4/5

SUJET DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 0,5

Documents autorisés :

Une calculatrice de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante, et sans aucun moyen de transmission, à l'exclusion de tout autre élément matériel ou documentaire (circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 ; BOEN n° 42).

Document remis au candidat :

Le sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6 dont deux annexes.

Il vous est demandé de vérifier que le sujet est complet dès sa mise à votre disposition.

L'annexe 2 est à rendre en un exemplaire avec la copie en fin d'épreuve. L'exemplaire fourni étant suffisant pour permettre la préparation et la présentation des réponses, il ne sera pas distribué d'exemplaires supplémentaires.

Barème indicatif :

Exercice I

Partie A 6,5 points

Partie B 5,5 points

Exercice II 8 points

AVERTISSEMENT

Si le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes, vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner **explicitement** dans votre copie.

Exercice I

Le but de l'exercice est de déterminer le prix d'équilibre d'un produit (prix auquel l'offre est égale à la demande).

Partie A : Etude statistique

Dans cette partie, on utilisera les fonctions statistiques de la calculatrice. Le détail des calculs n'est pas exigé.

Le tableau suivant donne les résultats d'une étude réalisée sur un produit P.

x représente le prix de vente unitaire du produit P exprimé en euros.

y la quantité demandée et z la quantité offerte, sur le marché, du produit P sont exprimées en milliers d'articles.

Prix de vente unitaires x_i en euros	0,30	0,35	0,45	0,65	0,80	1
Demande y_i en milliers	6,25	4,90	3,75	2,75	2,40	2,25
Offre z_i en milliers	1,25	1,30	1,30	1,50	1,55	1,60

Travail à faire

- 1- Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques 1 cm pour 0,1 euros sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 1 millier sur l'axe des ordonnées.

Représenter sur le même graphique, en utilisant deux couleurs différentes, les nuages de points associés respectivement aux séries statistiques $(x_i ; y_i)$ et $(x_i ; z_i)$.

- 2- Etude de la demande

La forme du nuage $(x_i ; y_i)$ suggère d'envisager un ajustement exponentiel de y en x .

On effectue le changement de variable $Y_i = \ln y_i$ où \ln représente la fonction logarithme népérien.

- Donner dans un tableau les valeurs Y_i , arrondies à 10^{-4} près.
- Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; Y_i)$ et, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de Y en x sous la forme $Y = ax + b$ (a et b seront arrondis au centième le plus proche).
- En déduire une estimation de la demande y en fonction du prix x .
- En supposant que l'expression obtenue en c reste valable, déterminer le nombre d'unités de produit P que les consommateurs sont prêts à acheter si le prix de vente unitaire est fixé à 1,5 euros.

- 3- Etude de l'offre

La forme du nuage $(x_i ; z_i)$ suggère d'envisager un ajustement affine de z en x .

- Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; z_i)$. Un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de z en x est-il satisfaisant ? Pourquoi ?
- Donner une équation de la droite de régression de z en x sous la forme $z = mx + p$ avec m et p arrondis au centième le plus proche.

Partie B : Etude de fonctions

3/6

On considère dans cette partie que la demande et l'offre sont représentées par les fonctions f et g définies respectivement sur l'intervalle $[0 ; 1,5]$ par :

$$f(x) = e^{-1,41x + 2,08} \quad \text{et} \quad g(x) = 0,53x + 1,1$$

Travail à faire

- 1- Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 1,5]$.
- 2- Compléter le tableau de valeurs donné en *annexe 1* dans lequel les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à 10^{-2} près et, construire sur le graphique de la partie A la courbe représentative de f .
- 3- Construire sur le graphique précédent la courbe représentative de g .
- 4- Déterminer graphiquement le prix d'équilibre du produit (à 10^{-1} près). En déduire le revenu total des producteurs pour le prix d'équilibre (arrondi à la centaine d'euros près).

ANNEXE 1

Tableau de valeurs de la fonction f

(les valeurs de la fonction f sont arrondies à 10^{-2} près).

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,5
f(x)		6,04		3,43		1,95		1,11	0,97

Exercice II

SK

La société DPE émet un emprunt obligataire dont les caractéristiques sont les suivantes :

- nombre d'obligations émises : 8000
- nominal de l'obligation : 1000 euros
- taux annuel d'intérêt : 5,8 %
- valeur d'émission du titre : 990 euros
- valeur de remboursement : au pair

Le service de l'emprunt (intérêt et amortissement) est assuré par 8 échéances annuelles de montant sensiblement constant.

Les frais d'émission supportés par l'émetteur s'élèvent à 0,5 % du nominal.

Travail à faire

1. Calculer l'annuité de remboursement.
2. Présenter les deux premières lignes du tableau d'amortissement de cet emprunt ainsi que la dernière ligne (remplir le tableau fourni en *annexe 2*, arrondir le nombre d'obligations amorties chaque année à l'entier le plus proche).
3. Au bout de combien de temps aura-t-on amorti environ les deux tiers des obligations émises ?
4. Calculer, à la date d'émission, le taux de rendement moyen.
Vérifier que le taux de revient de l'emprunt est égal à 6,1818 %.

516

ANNEXE 2
(à rendre avec la copie)

Année	Dette en valeur nominale au début de l'année	Intérêt de l'année	Nombre d'obligations à amortir en fin d'année	Amortissement	Annuité
1					
2					
8					