

Interrogation de T.D. n°2 : IPSA. Maths Spé **1**

Nom : _____

Exercice 1.

En utilisant le changement de variable $u = x + y$ et $v = x - y$, trouver toutes les fonctions f de classe C^1 sur \mathbb{R}^2 vérifiant pour tout point (x, y) du plan :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) : (E)$$

Exercice 2.

Calculer l'intégrale curviligne suivante, définie sur Γ .

$$I = \int_{\Gamma} xy dx + y dy \quad \text{avec } \Gamma \text{ l'arc } AB \text{ du cercle } \mathcal{C}(O ; 2) \text{ avec } A(2 ; 0) \text{ et } B(0 ; 2)$$

Exercice 3.

Soit

$$K = \iint_D \frac{xy}{1 + x^2 + y^2} dx dy$$

sur

$$D = \{(x; y) \in [0; 1]^2 \text{ et } x^2 + y^2 \geq 1\}$$

Montrer que $\mathbf{K = \frac{3}{4} \ln\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{4}}$

Interrogation de T.D. n°2 : IPSA. Maths Spé 2

Nom : _____

Exercice 1.

1. En utilisant le changement de variable $u = 5x + 3y$ et $v = x - y$, trouver toutes les fonctions f de classe C^1 sur \mathbb{R}^2 vérifiant pour tout point (x, y) du plan :

$$3 \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) - 5 \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 0 : (E)$$

Exercice 2.

Calculer l'intégrale curviligne suivante, définie sur Γ .

$$I = \int_{\Gamma} y^2 dx + x^2 dy \quad \text{sur } \Gamma \text{ l'arc de parabole } 2y^2 = x + 1 \text{ qui joint } A(1 ; 1) \text{ à } B(-1 ; 0)$$

Exercice 3.

Soit

$$A_1 = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } x \geq 1 \text{ et } x^2 + y^2 \leq 2\}$$

$$A_2 \text{ le triangle de sommets } O(0 ; 0), A(1 ; 1) \text{ et } B(1 ; -1)$$

$$A_3 = A_1 \cup A_2$$

1. Calculer $I_{A_2} = \iint_{A_2} (x^2 - y) dx dy$

2. Calculer $I_{A_3} = \iint_{A_3} (x^2 - y) dx dy$

3. En déduire que : $I_{A_1} = \iint_{A_1} (x^2 - y) dx dy = \frac{\pi}{4}$