Brevet Blanc de Mathématiques
Collège G. Méliès (75019), mai 2011
Correction

Activités Numériques

Exercice 1. (3 *points* $= 6 \times 0,5$)

1) $ab = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) soit \boxed{ab = -\frac{1}{5}}$ et $\frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{3} \times \frac{-5}{3}$ soit $\boxed{\frac{a}{b} = -\frac{5}{9}}$
2) $ab = 3 \times 10^4 \times 10^3 soit \boxed{ab = 3 \times 10^7}$ et $\frac{a}{b} = \frac{3 \times 10^4}{10^3} = 3 \times 10^{4-3}$ soit $\boxed{\frac{a}{b} = 3 \times 10^1}$
3) $ab = 2\sqrt{12} \times (-3\sqrt{3})$ soit $\boxed{ab = -36}$ et $\frac{a}{b} = \frac{2\sqrt{12}}{-3\sqrt{3}} = -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{12}{3}} = -\frac{2}{3}\sqrt{4}$ soit $\boxed{\frac{a}{b} = -\frac{4}{3}}$

Exercice 2. (3 *points* $= 1 + 0,5 + 0,75 + 0,75$)

1) $\boxed{D(x) = 6x^2 + 3x - 108}$
2) $4x^2 - 81 = (2x)^2 - 9^2 = \boxed{(2x-9)(2x+9)}$
3) $\boxed{D(x) = (2x+9)(3x-12)}$
4) C'est une équation produit et par théorème, un produit de facteurs est nul si un au moins des facteurs est nul, et réciproquement.

   Donc :

   $$2x + 9 = 0 \qquad \text{Ou} \quad 3x - 12 = 0$$
   $$x = -\frac{9}{2} \qquad x = 4$$

   Les solutions sont donc : $\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\frac{9}{2} ; 4\right\}}$

Exercice 3. (3 *points* $= 1,5 + 1,5$)

1) Moyenne : $\overline{m} = \frac{3\times1+5\times2+\cdots+17\times2}{26} = \frac{278}{26} \approx \boxed{11}$ *arrondi à l'unité*. ($\overline{m} \approx 10,69$)
2) Médiane :
   Il y a 26 notes, la médiane est donc la moyenne des 13ème et 14ème notes soit après avoir dressé le tableau des effectifs cumulés :
   $$\boxed{médiane = \frac{10 + 11}{2} = 10,5}$$

Exercice 4. (3 *points* $= 1 \times 3$)

1) L'image par f de 1 est : $\boxed{f(1) = -1}$ *(Réponse 0,5 et tracés : 0,5)*
2) Les antécédents de -0,5 par f sont : $\boxed{-1,5 ; 1,5 \text{ et } 6}$ *(Réponse 0,5 et tracés : 0,5)*
3) La courbe coupe l'axe des abscisses en 3 points dont les coordonnées sont environ :
   $$\boxed{A(-1,7; 0), B(2; 0) \text{ et } C(5,2; 0)}$$

Activités Géométriques

Exercice 1. ($6\ points = 1,5 \times 4$)

1) **Démontrons que $BC = 8$.**

- Données : $\begin{cases} \text{Les points } \begin{cases} A, E\ et\ B \\ A, F\ et\ C \end{cases} \text{ sont alignés.} \\ Les\ droites\ (EF) et\ (BC) sont\ parallèles. \end{cases}$
- Rapports égaux : Donc d'après le théorème de Thalès on a égalité des rapports :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF} \quad soit\ \frac{5}{3} = \frac{6{,}5}{AF} = \frac{BC}{4{,}8} \quad d'où : \boxed{BC = \frac{5 \times 4{,}8}{3} = \frac{240}{3} = 8}$$

2) **Construction de la figure.**

3) **(KG) et (BC) sont-elles parallèles ?**

- Données : Les points $\begin{cases} K, A\ et\ C \\ G, A\ et\ B \end{cases}$ sont alignés dans cet ordre.
- Test : $\begin{cases} \frac{AK}{AC} = \frac{2{,}6}{6{,}5} = \frac{26}{65} = \frac{2}{5} \\ \frac{AG}{AB} = \frac{2}{5} \end{cases}$
- Conclusion : Les rapports sont égaux $\left(\frac{AK}{AC} = \frac{AG}{AB}\right)$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (KG) et (BC) sont parallèles.

4) **(AC) et (AB) sont-elles perpendiculaires ?**

- Si le triangle ABC est rectangle, c'est en A car [BC] est le plus grand côté.
- Test : $\begin{cases} BC^2 = 8^2 = 64 \\ BA^2 + AC^2 = 5^2 + 6{,}5^2 = 67{,}25 \end{cases}$
- Conclusion : On a $BC^2 \neq BA^2 + AC^2$ donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle et les droites (AC) et (AB) ne sont pas parallèles.

Exercice 2. ($6\ points = 1,5 \times 4$)

1) **Angle $\widehat{PMN}$.**

Le triangle PMN est rectangle en P donc :

$$\tan(\widehat{PMN}) = \frac{NP}{MP} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad soit \quad \boxed{\widehat{PMN} = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 30°}$$

2) **Calcul de RS.**

Le triangle MRS est rectangle en S donc :

$$\sin(\widehat{\mathrm{PMN}}) = \frac{\mathrm{RS}}{\mathrm{MR}} \quad \text{soit} \quad \sin(30°) = \frac{\mathrm{RS}}{5} \quad \text{et} \quad \boxed{\mathrm{RS} = 5 \times \sin(30°) = 2{,}5\ \mathrm{cm}}$$

3) **Montrons que (NP)//(RS).**

Les droites (RS) et (NP) sont perpendiculaires à une même troisième droite (MP), elles sont donc parallèles entre elles.

4) **Calcul de MS, arrondi au mm.**

Méthode 1 : Pythagore dans RSM rectangle en S

$$MS^2 = MR^2 - RS^2\ soit\ \boxed{MS = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = \sqrt{18{,}75} \approx 4{,}3\ cm}(arrondi\ au\ mm)$$

Méthode 2 : Trigonométrie dans RSM rectangle en S.

$$\cos(\widehat{\mathrm{PMN}}) = \frac{\mathrm{MS}}{\mathrm{MR}} \quad \text{soit} \quad \cos(30°) = \frac{\mathrm{MS}}{5} \quad \text{et} \quad \boxed{\mathrm{MS} = 5 \times \cos(30°) \approx 4{,}3\ cm\ \mathrm{cm}}(arrondi\ au\ mm)$$

Problème

Partie 1. ($4\,points = 4 \times 1$)

1) a) 125 élèves sur 170 possèdent un téléphone portable soit en pourcentage :

$$\frac{125}{170} \approx 0{,}7353 = \frac{73{,}53}{100}\ soit\ environ\ \boxed{74\%}\ \ (arrondi\ à\ l'unité)$$

b) $\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$ donc oui, près des ¾ des élèves possèdent un téléphone portable.

2) a) 32% de 125 élèves, cela représente : $\boxed{\frac{32}{100} \times 125 = 40}$. Donc 40 élèves ont une carte prépayée.

b)

Méthode 1 : Sur le diagramme, le nombre de comptes bloqués 1 heure semble être du même ordre que celui des cartes prépayées, soit environ 40 comptes bloqués 1 heure.

Méthode 2 : On peut aussi mesurer l'angle au centre du secteur concerné, on trouve environ 120° soit $\boxed{\frac{120}{360} \times 125 \approx 42\ élèves.}$

Partie 2. ($8\,points = 1°)\ 2pts\ + 2°)1pt + 3°a)\ 1pt + 3°b)\ 2pts + 4°)\ 2\ pts$)

1)

- **Julie**. T1 représente le prix payé par Julie car c'est la courbe représentative d'une fonction constante, égale à 20 euros de 0 à 60 min et non définie au-delà.
- **Marie**. T2 représente le prix payé par Marie puisque entre 0 et 45 min, le prix est constant et égale à 17 euros, puis il est proportionnel au dépassement effectué.

2) **Par lecture graphique**.
Par lecture graphique, il semble que T1 et T2 se croisent au point A(51 ;20) donc au delà de 51 minutes, le compte bloqué de Julie est moins coûteux que le forfait de Marie.

3) **Forfait de Sophie**.

a) Le prix payé par Sophie est : $\boxed{s(x) = 10 + 0{,}25 \times x}$

b) Courbe représentative de s.
La fonction s est affine, sa courbe est une droite, 2 points suffisent pour la tracer.

x	0	60
$s(x)$	10	25

La courbe de s est donc la droite (BC) avec : $B(0\,;10)\ et\ C(60\,;25)$

4) Chacune a payé 30 euros.

- Temps de téléphone de Marie.
Par lecture graphique, le point de T2 d'ordonnée 30 est D(71 ;30), Marie a donc téléphoné environ 71 minutes.
- Temps de téléphone de Sophie.
Par le calcul, on cherche x tel que : $s(x) = 30$, il faut donc résoudre une équation :

$$s(x) = 10 + 0{,}25x = 30 \qquad donc \qquad \boxed{x = \frac{20}{0{,}25} = 80\ \ minutes.}$$

- Sophie a donc téléphoné le plus longtemps.