Session 2011

Diplôme National du Brevet
Brevet Blanc n°1

MATHÉMATIQUES

Série Collège

L'usage de la calculatrice est autorisé

Le candidat remettra sa copie au surveillant à la fin de l'épreuve

Nature de l'épreuve : écrite
Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2
Notation sur 40 points

En plus des 36 points du barème, 4 points seront réservés à la rédaction et à la présentation.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Le sujet comporte 4 pages, numérotées de 1 à 4.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1 :

Dans cet exercice, tous les calculs devront être détaillés.

1. Calculer, sous la forme sa plus simple, l'expression du nombre A tel que

$$\mathrm{A} = \frac{1}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{49}$$

2. Donner l'écriture scientifique puis décimale du nombre B tel que :

$$\boldsymbol{B} = \frac{121 \times 10^{-23} \times 5 \times 10^{3}}{55 \times 10^{-20} \times 44 \times 10^{2}}$$

3. Ecrire sous la forme $a\sqrt{5}$ (où a est un entier) le nombre C tel que :

$$\boldsymbol{C} = \sqrt{17+3} + 2\sqrt{45} - 4\sqrt{9-4}$$

4. Développer et simplifier le nombre **D** tel que :

$$\boldsymbol{D} = \left(2 + 3\sqrt{5}\right)\left(2 - 3\sqrt{5}\right)$$

5. Déterminer le nombre **E** qui est la solution de l'équation :

$$3x + 1 = x - 1$$

6. En utilisant la méthode de votre choix, calculer **F** qui est le PGCD des nombres 315 et 300.

7. Montrer alors que :

$$21 \times A + 10^4 \times B + C^2 + D + E + F = 76$$

Exercice 2 :

On donne l'expression :

$$F = (x+1)^2 - 3(2x+1)(x+1)$$

1. a. En le développant, montrer que : $F = -5x^2 - 7x - 2$
   b. En utilisant cette expression, calculer F pour $x = 2\sqrt{3}$

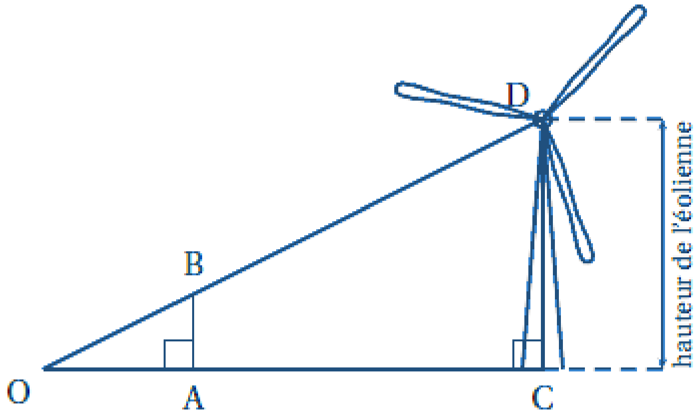
2. Factoriser F.

3. Résoudre l'équation : $(x+1)(-5x-2) = 0$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1 :

Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on dispose des renseignements suivants :
Les points O, A et C sont alignés.
Les points O, B et D sont alignés.
Les angles $\widehat{OAB}$ *et* $\widehat{ACD}$ sont droits.
$OA = 11m$; $AC = 594m$ *et* $AB = 1{,}5m$.
Le segment [CD] représente l'éolienne.



1. Expliquer pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Calculer la hauteur CD de l'éolienne. Justifier.

Exercice 2 :

1. Sur votre copie, tracer $\mathcal{C}$ le demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] avec $\mathrm{AB} = 8$ cm.
   Placer C un point du cercle $\mathcal{C}$ tel que $\mathrm{AC} = 3$ cm.
   Placer D le point du segment [AB] tel que $\mathrm{AD} = 2$ cm.

2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

3. Construire la perpendiculaire à (BC) passant par le point D. Elle coupe (BC) en E.

4. a. Calculer ED.
   b. Calculer BE.

5. Soit F, le point du segment [BE] tel que $BF = \frac{2}{3}\,BE$.
   a. Montrer que les droites (OF) et (ED) sont parallèles.
   b. En déduire une méthode simple pour placer le point F.

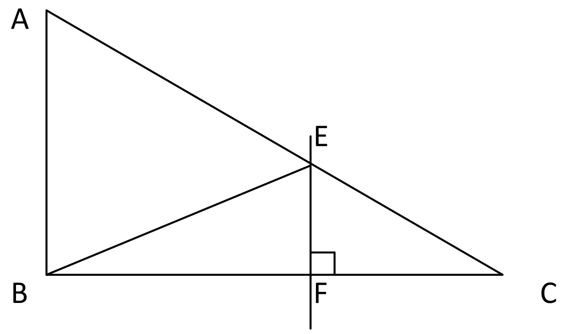
.

PROBLÈME (12 points)

Dans ce problème l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire le cm^2.

La figure ci-dessous est donnée à titre d'exemple pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.

ABC est un triangle tel que ;
$AC = 20\ cm, BC = 16\ cm, et\ AB = 12\ cm.$
F est un point du segment [BC].
La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [CA] en E.
On a représenté sur la figure le segment [BE].



Partie 1 ;

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Démontrer que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.
3. Calculer l'aire du triangle ABC.

Partie 2 ;

On se place dans le cas où $CF = 4\ cm$.

4. Démontrer que $EF = 3\ cm$.
5. Calculer l'aire du triangle EBC.

Partie 3 ;

On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment [BC], distinct de B et C.
Dans cette partie , on pose $CF = x$ (x étant un nombre tel que $0 < x < 16$).

6. Montrer que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à $EF = \frac{3}{4}x$
7. Montrer que l'aire du triangle EBC, notée $\mathcal{A}ire(EBC)$, exprimée en cm^2, est égale à $\mathcal{A}ire(EBC) = 6x$.
8. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EBC, exprimée en cm², est-elle égale à 33 ?

9. a) Soit (d) la hauteur issue de E dans le triangle AEB.
   La droite (d) coupe le segment [AB] en H.
   Montrer que $EH = BF$.
   b) Exprimer, en fonction de x , l'aire du triangle EAB notée $\mathcal{A}ire(EAB)$.

10. Pour quelle valeur exacte de x l'aire du triangle EAB est-elle égale au double de l'aire du triangle EBC ?