Sujets d'annales : THALES - CORRECTION

Exercice 1 : Brevet des collèges 2006 : Académies d'Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, Toulouse

1) Calculer la longueur CA.

Les points A,C,F et G,C,B sont alignés sur 2 droites sécantes en C et les droites (AB) et (GF) sont parallèles.
Donc d'après le théorème de Thalès, nous avons l'égalité :

$$\frac{CA}{CF} = \frac{CB}{CG} = \frac{AB}{GF} \text{ donc } CA = CF \times \frac{AB}{GF} = 8{,}4 \times \frac{3}{11{,}2} = \frac{25{,}2}{11{,}2} = 2{,}25 \text{ cm}$$

2) Soient D le point du segment [CF] et E le point du segment [GF] tels que : FD = 6,3 cm et FE = 8,4 cm. Montrer que les droites (GC) et (ED) sont parallèles.

Les points F,D,C et F,E,G sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en F.

$$\frac{FD}{FC} = \frac{6{,}3}{8{,}4} = 0{,}75 \;;\; \frac{FE}{FG} = \frac{8{,}4}{11{,}2} = 0{,}75$$

Les deux rapports sont égaux, nous en déduisons d'après la réciproque de Thalès que les deux droites (GC) et (ED) sont parallèles.

Exercice 2

1°) Montrer que le triangle CDE est rectangle en D.

$$\begin{cases} CE^2 = 10{,}4^2 = 108{,}16 \\ CD^2 + DE^2 = 92{,}16 + 16 = 108{,}16 \end{cases}$$

Donc $CD^2 + DE^2 = CE^2$, et d'après la réciproque du théorème de Pythagore appliqué au triangle CDE, le triangle est rectangle en D.

2°) En déduire que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

(AB) et (DE) sont toutes les deux perpendiculaires à une même troisième droite (BC), elles sont onc parallèles.

3°) Calculer la longueur AB.

(AB) et (DE) étant parallèles,et les points A,C,E et B,C,D étant alignés sur 2 droites sécantes en C, d'après le théorème de Thalès appliqué aux triangles CAB et CED, nous avons :

$$\frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC} = \frac{AB}{DE} \;;\; \text{donc } AB = DE \times \frac{BC}{DC} = 4 \times \frac{12}{9{,}6} = \frac{48}{9{,}6} = 5$$

Exercice 3

1) Démontrer que le triangle PBM est rectangle.

$PB^2 = 13{,}6^2 = 194{,}96 \;;\; PM^2 = 12^2 = 144 \;;\; MB^2 = 6{,}4^2 = 40{,}96$

Dans le triangle PBM, $PB^2 = PM^2 + MB^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle PBM est rectangle en M.

<u>2) Calculer la longueur NS.</u>

(MB) et (NS) étant parallèles et les points N,P,M et S,P,B étant alignés dans cet ordre sur deux sécantes en P, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{PN}{PM} = \frac{PS}{PB} = \frac{NS}{BM} \text{ donc } NS = \frac{PN \times BM}{PM} = \frac{9 \times 6,4}{12} = \frac{57,6}{12} = 4,8$$

<u>3) Les droites (CE) et (MB) sont-elles parallèles ?</u>

Les points P, E, B et P, C, M sont alignés dans cet ordre sur deux sécantes en P.

$$\frac{PE}{PB} = \frac{3,4}{13,6} = 0,25 \quad ; \quad \frac{PC}{PM} = \frac{3}{12} = 0,25$$

Donc $\frac{PE}{PB} = \frac{PC}{PM}$, et d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (CE) et (MB) sont parallèles.

<u>Exercice 4</u> : Académies d'Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice, Toulouse (2004)

<u>1. Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.</u>

Les points C, B, D et C, A, E sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en C..

$$\frac{CB}{CD} = \frac{6}{15} = \frac{2\times\cancel{3}}{5\times\cancel{3}} = \frac{2}{5} \;;\; \frac{CA}{CE} = \frac{8}{20} = \frac{2\times\cancel{4}}{5\times\cancel{4}} = \frac{2}{5};$$

Donc CB/CD = CA/CE et d'après la réciproque du Théorème de Thalès, les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

<u>2. Le triangle CDE est-il rectangle ? Justifier.</u>

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, si $CD^2 + CE^2 = DE^2$, le triangle CDE est rectangle en C. Vérifions cette égalité.

$$\begin{cases} CD^2 + CE^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625 \\ DE^2 = 25^2 = 625 \end{cases}$$; Donc l'égalité est vérifiée, le triangle CDE est rectangle en C.

<u>3. Calculer AB.</u>

Le triangle CDE étant rectangle en C, le triangle CBA l'est également.

D'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle CBA, nous avons $AB^2 = CB^2 + CA^2$.

$AB^2 = CB^2 + CA^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$; AB mesure 10 cm.