

## TD – EXERCICES

## Chapitre 3 – TD

## Variation linéaire : fonctions affines et suites arithmétiques

Version sujet

## Sommaire du TD

|     |                                              |   |
|-----|----------------------------------------------|---|
| I   | Fonctions affines : lecture et modélisation  | 2 |
| II  | Suites numériques : deux modes de définition | 2 |
| III | Suites arithmétiques : calculs et variations | 3 |
| IV  | Modélisation et problèmes de seuil           | 3 |
| V   | Automatismes de l'épreuve anticipée          | 5 |
| VI  | Exercices de l'épreuve anticipée du bac      | 6 |

## Parcours du TD

Dans chaque partie, faire l'exercice [!] **Bilan**, puis choisir un exercice de [+] **Consolidation** ou de [\*] **Approfondissement**. Terminer par les automatismes et les exercices du bac (à choisir selon le temps disponible).

## Compétences

- **Savoir lire** le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine d'une droite et **déterminer** l'expression d'une fonction affine.
- **Savoir calculer** les termes d'une suite définie explicitement ou par récurrence.
- **Savoir reconnaître** une suite arithmétique, **calculer** un terme avec  $u_n = u_p + (n-p)r$  et **étudier** son sens de variation.
- **Savoir modéliser** une évolution linéaire et **déterminer** le premier rang où un seuil est atteint.

## Thème I

## Fonctions affines : lecture et modélisation

Exercice 1 **[!] Bilan** Lecture graphique et équation de droite

On considère la droite  $(d)$  passant par  $A(0 ; 2)$  et  $B(3 ; 8)$ .

1. Donner l'ordonnée à l'origine  $p$ .
2. Calculer le coefficient directeur  $m$ .
3. Déterminer l'équation de  $(d)$  sous la forme  $y = mx + p$ .
4. Calculer l'ordonnée du point de  $(d)$  d'abscisse 5.

## Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 2, page 2.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

## Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 3, page 2.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 2 **[+] Consolidation** Droite et valeurs

On considère la droite  $(d)$  passant par  $C(0 ; 4)$  et  $D(2 ; 10)$ .

1. Donner  $p$ .
2. Calculer  $m$ .
3. Déterminer l'équation  $y = mx + p$ .
4. Calculer  $y$  pour  $x = 5$ .

Exercice 3 **[\*] Approfondissement** Retrouver une fonction affine

Une grandeur est modélisée par  $f(x) = mx + p$ . On connaît  $f(2) = 11$  et  $f(6) = 3$ .

1. Déterminer  $m$ .
2. Déterminer  $p$ .
3. Résoudre  $f(x) \geq 5$ .

## Thème II

## Suites numériques : deux modes de définition

Exercice 4 **Mise en route** – calculer des termes d'une suite

On rappelle qu'une suite numérique est une fonction définie sur  $\mathbb{N}$  ou sur une partie de  $\mathbb{N}$ , à valeurs réelles.

1. On définit  $(a_n)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $a_n = n^2 + 1$ . Calculer directement  $a_0$ ,  $a_2$  et  $a_5$ .
2. On définit  $(b_n)$  par  $b_0 = 2$  et, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $b_{n+1} = 2b_n + 1$ . Calculer successivement  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$ .
3. Pour chaque suite, calculer les différences entre trois termes consécutifs et expliquer pourquoi elle n'est pas arithmétique.

## Thème III

## Suites arithmétiques : calculs et variations

## Exercice 5 [!] Bilan Une plantation régulière

Une plantation comporte initialement 120 arbres. On plante 15 arbres chaque année, sans en retirer. On note  $u_n$  le nombre d'arbres après  $n$  années ( $n \in \mathbb{N}$ ).

1. Donner  $u_0$ ,  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Écrire une relation entre  $u_{n+1}$  et  $u_n$ .
3. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
4. Préciser le sens de variation de la suite.
5. En utilisant  $u_2$ , calculer directement  $u_7$  avec la formule  $u_n = u_p + (n - p)r$ .

## Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 6, page 3.  
*Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.*

## Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 7, page 3.  
*Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.*

## Exercice 6 [+] Consolidation Une réserve qui augmente

Une réserve contient initialement 85 litres d'eau. On y ajoute 12 litres chaque jour, sans prélèvement. On note  $v_n$  le volume après  $n$  jours ( $n \in \mathbb{N}$ ).

1. Donner  $v_0$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .
2. Écrire la relation de récurrence.
3. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
4. Étudier les variations de  $(v_n)$ .
5. En utilisant  $v_2$ , calculer directement  $v_7$  avec la formule  $v_n = v_p + (n - p)r$ .

## Exercice 7 [\*] Approfondissement Comparer deux abonnements

Deux forfaits d'impression sont proposés, pour  $n$  pages :

- formule A : 8 euros fixes, puis 0,20 euro par page ;
- formule B : 5 euros fixes, puis 0,35 euro par page.

1. Définir les deux suites de prix  $a_n$  et  $b_n$  pour  $n \in \mathbb{N}$ .
2. Déterminer à partir de combien de pages la formule A devient strictement moins chère.
3. Interpréter le résultat.

## Thème IV

## Modélisation et problèmes de seuil

## Exercice 8 [!] Bilan Atteindre un objectif

Une association a déjà collecté 180 kg de matériel et récupère 25 kg supplémentaires chaque semaine. On note  $u_n$  la masse totale collectée après  $n$  semaines.

1. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
2. Résoudre  $u_n \geq 400$ .
3. Donner la première semaine où l'objectif de 400 kg est atteint, en vérifiant le rang précédent.

**Parcours A – Consolider**

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 9, page 4.

*Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.*

**Parcours B – Approfondissement**

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 10, page 4.

*Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.*

**Exercice 9** **[+]** **Consolidation Une réserve de livres**

Une bibliothèque possède 140 livres dans une collection et en achète 18 supplémentaires chaque mois. On note  $v_n$  le nombre de livres après  $n$  mois.

1. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
2. Résoudre  $v_n \geq 300$ .
3. Déterminer le premier mois où le seuil est atteint et vérifier le rang précédent.

**Aide aux calculs**

Pour faciliter les calculs sans calculatrice, on donne les résultats suivants (certains sont inutiles).

|                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| $18 \times 8 = 144$ | $18 \times 9 = 162$  |
| $18 \times 7 = 126$ | $16 \times 10 = 160$ |
| $20 \times 8 = 160$ | $18 \times 10 = 180$ |

**Exercice 10** **[\*]** **Approfondissement Quand deux modèles se croisent**

Deux associations organisent une collecte :

- A possède déjà 250 objets et en reçoit 12 par semaine ;
- B possède déjà 100 objets et en reçoit 27 par semaine.

1. Exprimer  $a_n$  et  $b_n$  au bout de  $n$  semaines.
2. Déterminer le premier rang où B possède strictement plus d'objets que A.
3. Expliquer pourquoi ce premier rang n'est pas celui où les deux quantités sont égales.

## Thème V

## Automatismes de l'épreuve anticipée

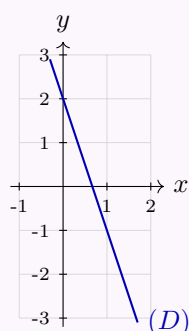
## Exercice 11 Questions à réponses courtes

Source bac : Automatismes adaptés des sujets zéro 1 et 3 et des sujets de septembre 2026 (Polynésie et Métropole). Certaines questions sont des créations pédagogiques.

**AUTOMATISMES – QUESTIONS À RÉPONSES COURTES**

Pour chaque question, écrire une réponse courte sur la copie, en indiquant son numéro. Il n'est pas demandé de détailler les calculs.

1. Une droite passe par les points  $A(3 ; -1)$  et  $B(1 ; 3)$ . Donner une expression de la fonction affine qu'elle représente.
2. Donner le coefficient directeur de la droite  $(D)$  ci-dessous.



3. On a  $T_F = 1,8T_C + 32$ . Quelle température en degrés Fahrenheit correspond à  $T_C = -10$  degrés Celsius ?
4. On considère  $u_0 = 10$  et  $u_{n+1} = u_n + 4$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ . Donner  $u_3$ .
5. Une suite arithmétique a pour raison  $-5$ . Est-elle croissante ou décroissante ?
6. Une suite arithmétique vérifie  $u_3 = 12$  et a pour raison 4. Donner  $u_5$ .

**FIN DES AUTOMATISMES**

À partir de l'exercice suivant, toutes les réponses doivent être justifiées. Les calculs et les raisonnements doivent apparaître sur la copie.

## Thème VI

## Exercices de l'épreuve anticipée du bac

## Exercice 12 Refroidissement d'un plat – modèle affine

Source bac : Sujet zéro n° 3, voie générale sans spécialité, exercice 1, partie A – adapté.

Un plat sort du four à  $180^{\circ}\text{C}$ . On le laisse refroidir dans une pièce à  $25^{\circ}\text{C}$ . Il pourra être servi dès que sa température ne dépassera plus  $40^{\circ}\text{C}$ .

Un premier modèle suppose que la température du plat diminue de la même quantité chaque minute. Au bout de 3 minutes, elle vaut  $105^{\circ}\text{C}$ .

1. Calculer la baisse de température en trois minutes, puis la baisse par minute.
2. Donner l'expression de la température  $T(t)$ , en degrés Celsius, après  $t$  minutes selon ce modèle.
3. Vérifier que  $T(5) = 55$ .
4. Calculer  $T(8)$  et expliquer pourquoi ce modèle ne peut pas être pertinent sur une longue durée.

## Exercice 13 Démographie et tableur – modèle arithmétique

Source bac : Polynésie, 4 septembre 2026, exercice 1 – extrait adapté (questions sur les décès et le tableur).

En 2025, une étude démographique estime à 40 000 le nombre de décès dans une population. On suppose que ce nombre augmente de 900 chaque année. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on note  $v_n$  le nombre de décès prévu en  $2025 + n$ .

1. Donner  $v_0$  et calculer  $v_1$ . Interpréter  $v_1$ .
2. Justifier que  $(v_n)$  est une suite arithmétique et préciser sa raison.
3. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .
4. Déterminer  $v_{10}$ , puis préciser l'année correspondante.
5. Dans un tableur, la cellule C2 contient 40 000 et la cellule C3 doit calculer le terme suivant. Quelle formule saisir dans C3 pour pouvoir la recopier vers le bas ?

## Exercice 14 Une population animale en diminution – seuil

Source bac : Antilles-Guyane, 11 septembre 2026, exercice 2 – questions regroupées et adaptées.

Une zoologiste étudie une population de 2 500 animaux au 1<sup>er</sup> mars 2025. Elle estime que cette population diminue de 100 individus chaque année. On note  $u_n$  le nombre d'individus au 1<sup>er</sup> mars de l'année  $2025 + n$ , pour  $n \in \mathbb{N}$ .

1. Donner  $u_0$  et  $u_1$ , puis une relation entre  $u_{n+1}$  et  $u_n$ .
2. En déduire la nature et la raison de la suite  $(u_n)$ , puis exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Justifier son sens de variation.
4. À partir du 1<sup>er</sup> mars de quelle année cette population sera-t-elle strictement inférieure à 1 250 individus ? Vérifier avec les deux rangs qui encadrent le seuil.

## Exercice 15 Dépréciation d'un téléphone – modèle arithmétique

Source bac : Métropole, 11 septembre 2026, exercice 2 – extrait adapté.

En 2025, Jean achète un téléphone d'une valeur de 1 060 euros. On suppose que sa valeur diminue de 100 euros chaque année. On note  $u_n$  la valeur (en euros) du téléphone en  $2025 + n$ , pour  $n \in \mathbb{N}$ .

1. Donner  $u_0$ , puis calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Préciser la nature et la raison de la suite, puis donner son expression explicite.
3. À partir de quelle année la valeur aura-t-elle perdu **strictement plus de la moitié** de sa valeur initiale ?

↩️ Fin du TD ↪️