MATH93

Première Spécialité Mathématiques

Recueil d'exercices – Entraînement – Méthodes

TD 1

Second degré

Version élève

Sommaire

I Fonctions polynômes du second degré 2

II Équations du second degré 3

III Factoriser un trinôme : choisir une stratégie 3

IV Signe d'un trinôme du second degré 4

V Variations d'un trinôme 4

VI À partir du graphique 5

VII Applications 7

VIII Bilan – Pour préparer le test 9

IX Automatismes du chapitre – premier bilan 12

X Extraits de sujets du Bac 2026 15

XI SAT / AP Calculus 17

XII Now We Can Talk : pour aller plus loin 18

Organisation du TD

- Les parties du TD suivent l'ordre du cours.
- Les exercices **[!] Bilan** ciblent les méthodes essentielles ; les parcours **[+] Consolidation** reprennent la même structure avec d'autres valeurs et les parcours **[*] Approfondissement** permettent d'aller plus loin.
- Les **[FLASH] Automatismes** et les exercices **[BAC] D'après Bac 2026** sont issus ou adaptés des sujets 2026 de l'épreuve anticipée.

Thème I Fonctions polynômes du second degré

Exercice 1 [!] Bilan Forme canonique par complétion du carré

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

1. Déterminer la forme canonique de f en complétant le carré.
2. En déduire :
   2. a. les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f ;
   2. b. son axe de symétrie ;
   2. c. le minimum de f sur $\mathbb{R}$.
3. Dresser le tableau de variations de f.
4. Résoudre l'équation $f(x) = 5$ sans utiliser le discriminant.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 2, page 2.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 3, page 2.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 2 [+] Consolidation Même travail, autres valeurs

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 + 4x - 1.$$

1. Déterminer la forme canonique de g en complétant le carré.
2. En déduire :
   2. a. les coordonnées du sommet de la parabole représentative de g ;
   2. b. son axe de symétrie ;
   2. c. le minimum de g sur $\mathbb{R}$.
3. Dresser le tableau de variations de g.
4. Résoudre l'équation $g(x) = -1$ sans utiliser le discriminant.

Exercice 3 [*] Approfondissement Compléter le carré avec un coefficient devant x^2

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = 2x^2 - 8x + 1.$$

1. Déterminer la forme canonique de h en complétant le carré.
2. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentative de h et le minimum de h sur $\mathbb{R}$.
3. Dresser le tableau de variations de h.
4. Résoudre l'équation $h(x) = 1$ sans utiliser le discriminant.

Thème II Équations du second degré

Exercice 4 Résolutions classiques du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes. On cherchera toujours une factorisation directe avant d'utiliser le discriminant.

1. $x^2 + 2x = 0$;
2. $x^2 - 5 = 0$;
3. $x^2 + 5 = 0$;
4. $x^2 - 3x + \dfrac{9}{4} = 0$;
5. $4x^2 + 20x + 25 = 0$;
6. $2x^2 = 3x + 1$;
7. $(x+1)(5x^2 + 2x - 1) = 0$.
8. $x^2 + x + 1 = 0$.

Thème III Factoriser un trinôme : choisir une stratégie

Exercice 5 [!] Bilan Factoriser en choisissant sa méthode

Factoriser les expressions suivantes. La méthode n'est pas imposée. Lorsque cela est possible, privilégier la méthode qui vous paraît la plus rapide.

$$A(x) = x^2 - 5x + 6, \qquad B(x) = 4x^2 - 12x + 9, \qquad C(x) = 2x^2 + x - 3.$$

1. Factoriser $A(x)$.
2. Factoriser $B(x)$.
3. Factoriser $C(x)$.
4. Pour l'une des trois expressions, proposer une deuxième méthode de factorisation.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 6, page 3.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 7, page 3.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 6 [+] Consolidation Même travail, autres valeurs

Factoriser les expressions suivantes. La méthode n'est pas imposée.

$$D(x) = x^2 - 7x + 10, \qquad E(x) = 9x^2 + 12x + 4, \qquad F(x) = 3x^2 - 5x - 2.$$

1. Factoriser $D(x)$.
2. Factoriser $E(x)$.
3. Factoriser $F(x)$.
4. Pour l'une des trois expressions, proposer une deuxième méthode de factorisation.

Exercice 7 [*] Approfondissement Choisir entre plusieurs stratégies

Pour chacune des expressions suivantes, déterminer si elle est factorisable sur $\mathbb{R}$. Lorsqu'elle l'est, la factoriser par la méthode de votre choix.

$$G(x) = 6x^2 - x - 2, \qquad H(x) = 2x^2 + 4x + 5.$$

Thème IV Signe d'un trinôme du second degré

Exercice 8 Étudier le signe dans les trois cas

Pour chacune des fonctions suivantes, factoriser si cela est possible dans $\mathbb{R}$, puis résoudre l'inéquation demandée.

1. $f_1(x) = x^2 + x + 1$; résoudre $f_1(x) > 0$.
2. $f_2(x) = -x^2 + 4x + 1$; résoudre $f_2(x) > 0$.
3. $f_3(x) = -x^2 + 6x - 9$; résoudre $f_3(x) > 0$.

Exercice 9 Inéquations

Résoudre les inéquations suivantes :

1. (I_1) : $\dfrac{-2x^2 + 4x - 5}{-4x + 3} \geqslant 0$.
2. (I_2) : $\dfrac{-x^2 + 2x - 1}{(-4x + 3)^2} \geqslant 0$.
3. (I_3) : $6x^2 < x + 1$.

Exercice 10 Complément – Ensembles de définition

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

1. $f(x) = \sqrt{-6 - x + x^2}$.
2. $g(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2 - x - 12}}$.
3. $h(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{2x^2 - 12x + 10}$.
4. $i(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 10} + \sqrt{x}$.

Thème V Variations d'un trinôme

Exercice 11 [!] Bilan Étudier directement les variations d'un trinôme

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 3.$$

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f.
2. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Donner le maximum de f sur $\mathbb{R}$.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 12, page 4.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 13, page 5.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 12 [+] Consolidation Même travail, autres valeurs

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x^2 - 6x + 5.$$

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de g.
2. Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.
3. Donner le minimum de g sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13 [*] Approfondissement Variations sur un intervalle

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par

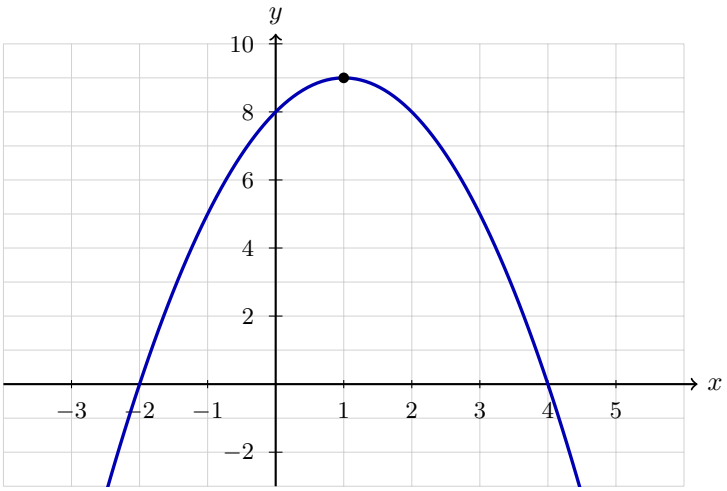
$$h(x) = 2x^2 - 12x + 11.$$

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de h.
2. Dresser le tableau de variations de h sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire le minimum de h sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ et la valeur de x pour laquelle il est atteint.
4. Déterminer le maximum de h sur $[0\,;\,5]$.

Thème VI À partir du graphique

Exercice 14 Lecture graphique d'une parabole

La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré f.

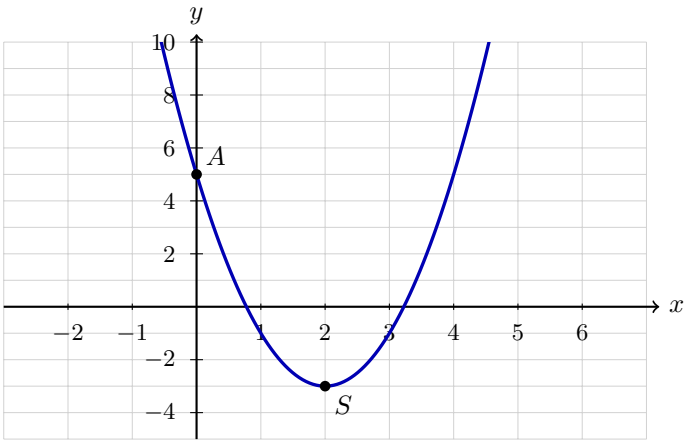


Par lecture graphique :

1. donner les racines de f ;
2. dresser le tableau de signes de f ;
3. donner les coordonnées du sommet et la valeur du maximum de f ;
4. dresser le tableau de variations de f ;
5. résoudre $f(x) \geqslant 5$.

Exercice 15 Retrouver une expression à partir d'un graphique

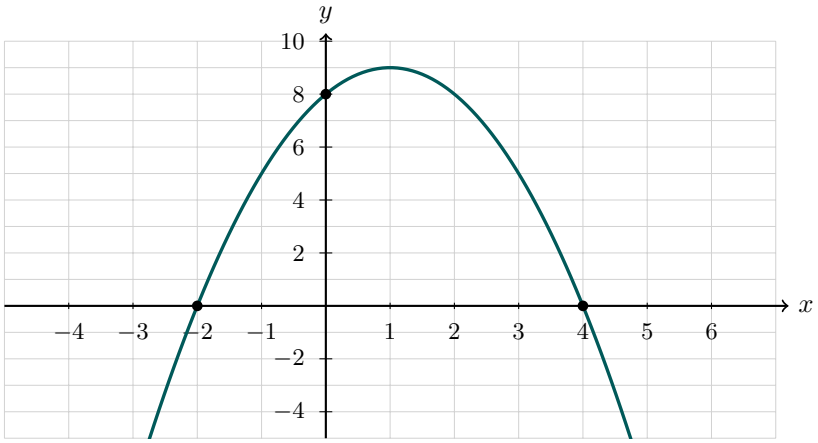
La parabole $\mathcal{C}_f$ ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré f. Les points S et A appartiennent à la courbe.



1. Lire les coordonnées des points S et A.
2. Déterminer une expression de $f(x)$ à partir des informations lues sur le graphique. Justifier le choix de la forme utilisée.
3. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a, b et c de $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Exercice 16 Retrouver une expression à partir des zéros de la courbe

La courbe $\mathcal{C}_g$ ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré g.



1. Lire graphiquement les deux racines de g ainsi que la valeur de $g(0)$.
2. Déterminer une expression de $g(x)$ à partir de ces informations. Justifier le choix de la forme utilisée.
3. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a, b et c de $g(x) = ax^2 + bx + c$.

Thème VII Applications

Exercice 17 [!] Bilan Bénéfice d'une entreprise

Une entreprise produit q objets par jour, avec $q \in [0\,;\,250]$. Son bénéfice journalier, en euros, est modélisé par

$$B(q) = -0{,}1q^2 + 25q - 1000.$$

1. Montrer que
$$B(q) = -0{,}1(q-50)(q-200).$$
2. Pour quelles productions le bénéfice est-il strictement positif ?
3. Montrer que
$$B(q) = -0{,}1(q-125)^2 + 562{,}5.$$
4. Déterminer le bénéfice maximal et la production correspondante.
5. Pour chacune des questions précédentes, préciser quelle forme de B était la plus adaptée : développée, factorisée ou canonique.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 18, page 7.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 19, page 7.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 18 [+] Consolidation Même modèle de bénéfice, autres valeurs

Une entreprise produit q objets par jour, avec $q \in [0\,;\,150]$. Son bénéfice journalier, en euros, est modélisé par

$$C(q) = -0{,}2q^2 + 26q - 720.$$

1. Montrer que
$$C(q) = -0{,}2(q-40)(q-90).$$
2. Pour quelles productions le bénéfice est-il strictement positif ?
3. Montrer que
$$C(q) = -0{,}2(q-65)^2 + 125.$$
4. Déterminer le bénéfice maximal et la production correspondante.
5. Pour chacune des questions précédentes, préciser quelle forme de C était la plus adaptée : développée, factorisée ou canonique.

Exercice 19 [*] Approfondissement Position relative d'une droite et d'une parabole

Dans un repère, on considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation

$$y = x^2$$

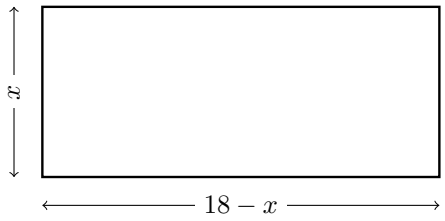
et la droite $\mathcal{D}$ d'équation

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$

1. Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$.
2. Donner les coordonnées de ces deux points.
3. Étudier le signe de
$$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$$
4. En déduire la position relative de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$.

Exercice 20 Complément – Un peu de géométrie : aire d'un rectangle

Un rectangle a un périmètre égal à 36 cm. On note x sa largeur ; sa longueur vaut donc $18 - x$.



1. Préciser l'intervalle des valeurs possibles de x.
2. Montrer que l'aire du rectangle est
$$A(x) = -x^2 + 18x.$$
3. Montrer que
$$A(x) = -(x-9)^2 + 81.$$
4. Déterminer l'aire maximale et les dimensions du rectangle correspondant.
5. Résoudre $A(x) \geqslant 72$ et interpréter le résultat.

Thème VIII

Bilan – Pour préparer le test

Exercice 21 [!] Bilan Tout savoir faire à partir d'un trinôme

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

1. Identifier les coefficients a, b et c.
2. Calculer le discriminant Δ.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
4. En déduire la forme factorisée de f.
5. Dresser le tableau de signes de f.
6. Résoudre l'inéquation
$$f(x) \leqslant 0.$$
7. On définit la fonction g par
$$g(x) = \sqrt{f(x)}.$$
Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de g.
8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation
$$\frac{2x+1}{f(x)} > 0.$$
9. Donner, par complétion du carré, la forme canonique de f.
10. Donner les coordonnées du sommet de la parabole et son axe de symétrie.
11. Dresser le tableau de variations de f.
12. Donner le minimum de f sur $\mathbb{R}$.
13. Résoudre l'équation $f(x) = 6$ en choisissant la forme la plus adaptée.
14. En déduire la position relative de la parabole $\mathscr{C}_f$ et de la droite d d'équation $y = 6$.
15. Esquisser la représentation graphique de f en faisant apparaître les racines, le sommet et l'ordonnée à l'origine.
16. Sans calculer de discriminant, déterminer l'autre racine du trinôme
$$P(x) = 3x^2 - 7x - 6,$$
sachant que l'une de ses racines est 3.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 22, page 10.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 23, page 11.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 22 [+] Consolidation Même bilan, autres valeurs

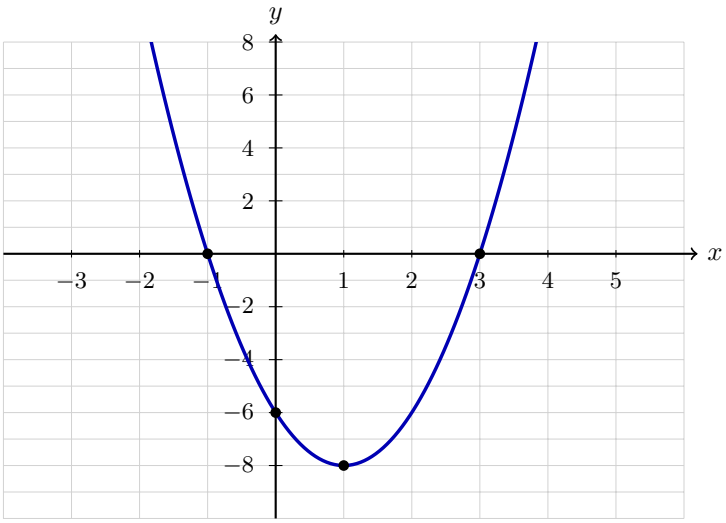
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -x^2 + 6x - 5.$$

1. Identifier les coefficients a, b et c.
2. Calculer le discriminant Δ.
3. Résoudre l'équation $g(x) = 0$.
4. En déduire la forme factorisée de g.
5. Dresser le tableau de signes de g.
6. Résoudre l'inéquation
$$g(x) \geqslant 0.$$
7. On définit la fonction h par
$$h(x) = \sqrt{g(x)}.$$
Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_h$ de h.
8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation
$$\frac{3x-6}{g(x)} > 0.$$
9. Donner, par complétion du carré, la forme canonique de g.
10. Donner les coordonnées du sommet de la parabole et son axe de symétrie.
11. Dresser le tableau de variations de g.
12. Donner le maximum de g sur $\mathbb{R}$.
13. Résoudre l'équation $g(x) = -5$ en choisissant la forme la plus adaptée.
14. En déduire la position relative de la parabole $\mathscr{C}_g$ et de la droite d d'équation $y = -5$.
15. Esquisser la représentation graphique de g en faisant apparaître les racines, le sommet et l'ordonnée à l'origine.
16. On considère le trinôme
$$P(x) = 2x^2 + x - 6.$$
Sachant que -2 est une racine de P, déterminer l'autre racine sans calculer le discriminant, puis factoriser $P(x)$.

Exercice 23 [!] Bilan Retrouver a, b et c à partir d'un graphique

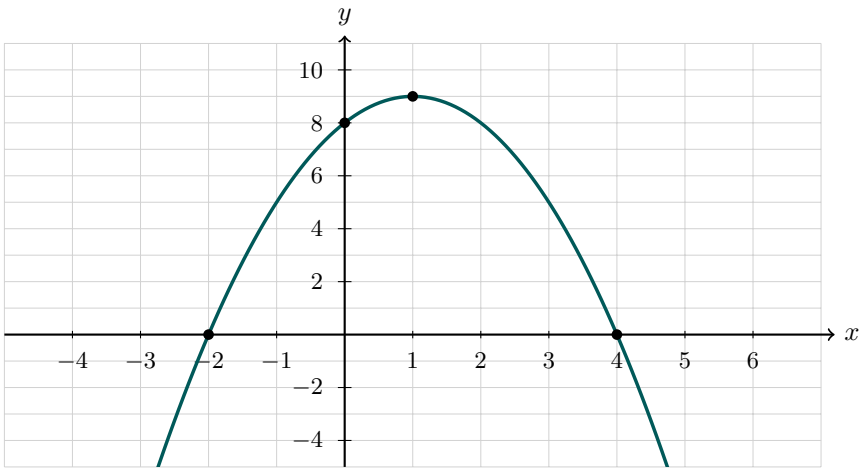
La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré h. Toutes les informations nécessaires sont lisibles sur le graphique.



1. Lire les deux racines de h.
2. En déduire la forme factorisée de h.
3. Lire $h(0)$ sur le graphique et déterminer a.
4. Développer l'expression obtenue et donner les coefficients a, b et c de la forme développée.
5. Retrouver par le calcul les coordonnées du sommet.
6. Dresser le tableau de signes et le tableau de variations de h.

Exercice 24 [+] Consolidation Même lecture graphique, autres valeurs

La courbe ci-dessous représente une fonction polynôme du second degré k.



1. Lire les deux racines de k.
2. En déduire la forme factorisée de k.
3. Lire $k(0)$ et déterminer a.
4. Développer et donner les coefficients a, b et c.
5. Retrouver par le calcul les coordonnées du sommet.
6. Dresser le tableau de signes et le tableau de variations de k.

Thème IX Automatismes du chapitre – premier bilan

Exercice 25 [FLASH] Automatismes Questions flash – Bac 2026

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – QCM, question 1

La forme développée de l'expression

$$(3x-2)^2$$

est :

a) $9x^2-4$
b) $3x^2-12x+4$
c) $9x^2-12x+4$
d) $6x-4$

Question 2

Source bac : Première spécialité, Antilles-Guyane 2026 – QCM, question 1

Une forme factorisée de l'expression

$$9x^2-\frac{1}{9}$$

est :

a) $\left(3x-\frac{1}{3}\right)^2$
b) $\left(3x-\frac{1}{3}\right)\left(3x+\frac{1}{3}\right)$
c) $\left(9x-\frac{1}{3}\right)^2$
d) $\left(9x-\frac{1}{3}\right)\left(9x+\frac{1}{3}\right)$

Question 3

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – QCM, question 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 0{,}5(x-3)^2 + 10.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère.
Un seul des quatre points ci-dessous appartient à la courbe $\mathcal{C}$. Lequel ?

a) $A(-3\ ;\ 10)$
b) $B(3\ ;\ 10{,}5)$
c) $C(3\ ;\ 10)$
d) $D(0\ ;\ 19{,}5)$

Question 4

Source bac : Première spécialité, Antilles-Guyane 2026 – QCM, question 5

On considère le tableau de signes d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Une expression possible de $f(x)$ est :

a) $f(x) = (x+3)(2-x)$
b) $f(x) = (x+2)(x-3)$
c) $f(x) = (x-2)(x+3)$
d) $f(x) = (x+2)(x+3)$

Question 5

Source bac : Première spécialité, Métropole secours 2026 – QCM, question 9

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (2x-4)(-x+1)$$

admet pour tableau de signes :

a.

x	$-\infty$		-1		-2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		-1		-2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Question 6

Source bac : Première spécialité, Polynésie 2026 – QCM, question 8

Quelle est la forme factorisée de l'expression

$$16x^2 - (x+1)^2 \ ?$$

a) $(3x-1)^2$

b) $(3x-1)(5x+1)$

c) $(15x-1)^2$

d) $(15x-1)(17x+1)$

Question 7

Source bac : Première spécialité, Asie 2026 – QCM, question 6

On a représenté ci-dessous une fonction affine f et une fonction polynôme du second degré g, définies sur $\mathbb{R}$. L'ensemble S des solutions de l'inéquation

$$f(x) < g(x)$$

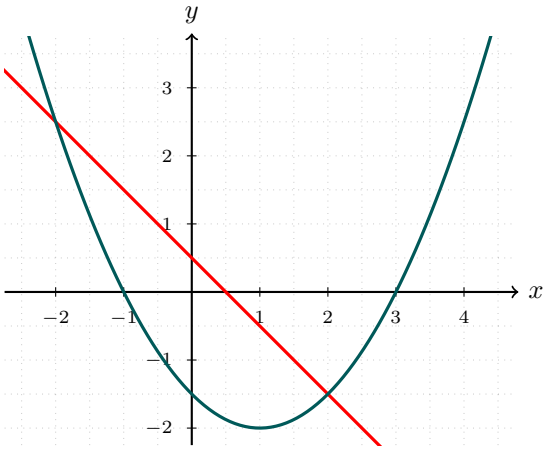
est :

a) $S =]-2\ ;\ 2[$

b) $S =]-\infty\ ;\ -2[\cup]2\ ;\ +\infty[$

c) $S =]-1\ ;\ 0{,}5[\cup]3\ ;\ +\infty[$

d) $S =]-1\ ;\ 3[$



Question 8

Source bac : Première spécialité, sujet zéro 2 – QCM, question 10

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (3x - 15)(x + 2)$$

admet pour tableau de signes :

a.

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

d.

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Thème X Extraits de sujets du Bac 2026

Épreuve du baccalauréat : SANS CALCULATRICE

À l'épreuve anticipée de mathématiques de Première, la calculatrice n'est pas autorisée. Les questions proposées ici sont donc conçues pour être traitées sans calculatrice.

Exercice 26 [BAC] D'après Bac 2026 Étude d'un trinôme dans un problème plus long

On considère le trinôme

$$P(x) = 2x^2 + x - 10.$$

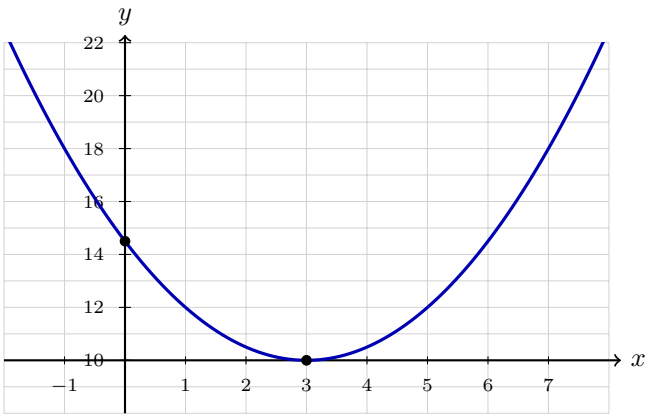
On admet que ses deux racines sont $-\dfrac{5}{2}$ et 2.

1. Donner une forme factorisée de P.
2. Déterminer l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = P(x)$.
3. Établir le tableau de signes de P sur l'intervalle $[-5\,;\,3]$.

Source bac : Sujet zéro 2 – exercice adapté

Exercice 27 [BAC] D'après Bac 2026 Lire les caractéristiques d'une parabole

La courbe $\mathcal{C}_f$ représente une fonction polynôme du second degré f.



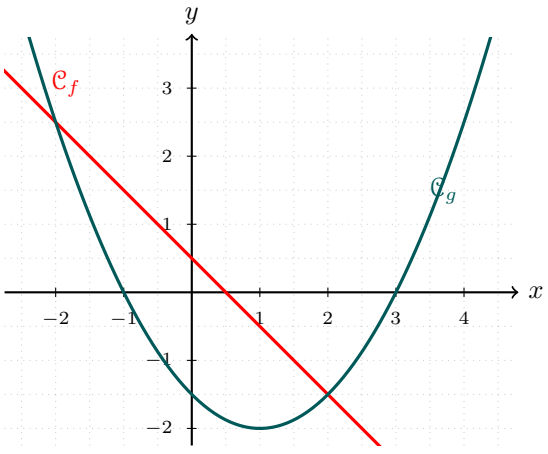
1. Lire les coordonnées du sommet de la parabole.
2. En déduire le minimum de f.
3. Lire $f(0)$, puis déterminer une expression de $f(x)$.
4. Parmi les points suivants, déterminer ceux qui appartiennent à la courbe :

$$A(-3\,;\,10), \qquad B(3\,;\,10{,}5), \qquad C(3\,;\,10), \qquad D(0\,;\,14{,}5).$$

Source bac : Métropole 2026 – question adaptée et rendue graphique

Exercice 28 [BAC] D'après Bac 2026 Position relative : passer du graphique au calcul

Dans un repère, une fonction affine f et une fonction polynôme du second degré g ont été représentées.



On donne ensuite les expressions développées

$$f(x) = -x + \frac{1}{2}, \qquad g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}.$$

1. Par lecture graphique, conjecturer les abscisses des points d'intersection des deux courbes et l'ensemble des solutions de $f(x) < g(x)$.
2. Calculer et réduire $g(x) - f(x)$.
3. Factoriser cette différence.
4. Retrouver par le calcul les abscisses des points d'intersection.
5. Retrouver par le calcul la solution de $f(x) < g(x)$.

Source bac : Asie 2026 – prolongement algébrique de la question graphique

Exercice 29 [BAC] D'après Bac 2026 Une affirmation avec un paramètre

Soit u un nombre réel. On considère l'équation

$$x^2 + x - u^2 = 0.$$

Affirmation : « Pour tout réel u, cette équation admet deux solutions réelles distinctes. »
L'affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – question adaptée

Thème XI SAT / AP Calculus

Exercice 30 ★ SAT – Quadratic equation

Source bac : College Board – Official SAT Practice Test #1 – Math, Module 2, Question 27. Link

Consider the equation

$$x^2 - 34x + c = 0,$$

where c is a constant.
The equation has no real solutions when $c > n$.
What is the least possible value of n ?

Exercice 31 ★ SAT – Minimum of a quadratic function

Source bac : adapted from College Board – Official SAT Practice Test #4 – Math, Module 2, Question 19.

A metal ball moves along a track. Its height above the ground, in inches, x seconds after it starts moving, is modeled by

$$f(x) = \frac{1}{9}(x-7)^2 + 3.$$

What is the minimum value of $f(x)$?

A. 3
B. 7
C. 9
D. 12

Exercice 32 ★★ SAT – One real solution

Source bac : College Board – Official SAT Practice Test #3 – Math, Module 2, Question 27.

Consider the equation

$$-9x^2 + 30x + c = 0,$$

where c is a constant.
The equation has exactly one real solution.
What is the value of c ?

A. 3
B. 0
C. -25
D. -53

Thème XII Now We Can Talk : pour aller plus loin

Exercice 33 ★ Équations bicarrées – changement de variable

Pour chacune des équations suivantes, on pose

$$X = x^2.$$

Résoudre d'abord l'équation du second degré obtenue en X, puis revenir à l'inconnue x.

1. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$;
2. $-2x^4 + 22x^2 - 36 = 0$;
3. $x^4 + x^2 - 2 = 0$;
4. $5x^4 - 2x^2 + 1 = 0$;
5. $3x^4 + 24x^2 + 45 = 0$;
6. $-2x^4 + 3x^2 + 1 = 0$.

Exercice 34 ★★ Un autre changement de variable

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$x - 5\sqrt{x} + 6 = 0.$$

On pourra poser $X = \sqrt{x}$.

Exercice 35 ★ Somme et produit à rebours

Deux nombres réels ont pour somme 4 et pour produit -21.

1. Expliquer pourquoi ces deux nombres sont les solutions de l'équation
$$x^2 - 4x - 21 = 0.$$
2. Factoriser $x^2 - 4x - 21$.
3. Déterminer les deux nombres.

Exercice 36 ★★ [EN] English Challenge From a cubic back to a quadratic

Consider

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12.$$

1. Check that 2 is a root of P.
2. Find real numbers a, b and c such that
$$P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c).$$
3. Factor the quadratic polynomial obtained.
4. Solve $P(x) = 0$.

Exercice 37 ★ Équation à paramètre : une racine double

Soit m un nombre réel non nul. On considère l'équation

$$(E_m) : \quad mx^2 + x + 1 = 0.$$

Pour quelle valeur de m l'équation (E_m) admet-elle une solution double ?

Exercice 38 ★★ Équation à paramètre : nombre de solutions

Soit m un nombre réel. On considère l'équation

$$(E_m) : \quad 2x^2 + x + m - 1 = 0.$$

1. Déterminer, en fonction de m, le discriminant Δ_m de l'équation (E_m).
2. Selon les valeurs de m, déterminer le nombre de solutions réelles de (E_m).

↩ Fin du TD ↪