

TD – EXERCICES

TD 2

Suites : généralités

Version sujet – Version iPad

Sommaire du TD

I Définir et calculer les termes d'une suite	2
II Représentation graphique d'une suite	14
III Variations des suites définies par une formule	17
IV Variations des suites définies par récurrence	25
V Variations des suites : le Bilan	28
VI Python : calculer des termes, une liste et un seuil	31
VII Première intuition de la notion de limite	42
VIII Problèmes de synthèse : modélisation, variations et seuils	44
IX Bilan - Pour Préparer le Test	46
X Automatismes du chapitre – Pour préparer le test	48
XI Extraits du Bac 2026	50
XII Now We Can Talk : pour aller plus loin	53
XIII Représentation en escalier d'une suite récurrente	56

Objectifs

- Passer d'une liste Python à la notation d'une suite et calculer des termes.
- Reconnaître les modes de génération : explicite, récurrence, algorithme, motif.
- Représenter graphiquement les termes d'une suite.
- Étudier le sens de variation à l'aide de $u_{n+1} - u_n$.
- Écrire ou compléter un programme Python pour calculer des termes ou chercher un seuil.
- Conjecturer, sur des exemples simples, le comportement d'une suite pour de grandes valeurs de n .

Thème I

Définir et calculer les termes d'une suite



Méthode 1 : terme général

Une formule explicite donne u_n directement en fonction de n . Pour calculer u_4 , remplacer n par 4 dans toute la formule : on n'a pas besoin de connaître les termes précédents.

Exercice 1 Premiers termes de suites explicites

Pour chacune des suites suivantes définies pour tout entier naturel n , calculer les cinq premiers termes.

1. $u_n = 7n + 1$

2. $v_n = n^2 - 3n + 1$

3. $w_n = \frac{1}{2n-1}$

4. $t_n = \sqrt{5n + 1}$



Méthode 2 : récurrence

Une relation de récurrence donne u_{n+1} à partir de u_n . Commencer par le terme initial, puis calculer les suivants dans l'ordre. Vérifier si la suite commence à u_0 ou à u_1 .

Exercice 2 Calculer les premiers termes d'une suite récurrente

Soit u_n la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 5u_n - 3$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Comment calculer u_{50} .

Exercise 3

Pour chacune des suites suivantes définies par récurrence pour tout entier naturel n , calculer les quatre termes suivant le premier.

$$4. \quad \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 1} \end{cases}$$

Exercice 4 Modéliser une situation par une suite

Modéliser chaque situation par une suite en précisant son premier terme u_0 et une relation de récurrence.

1. On débute avec 5. On construit une suite de nombres telle que chaque terme est égal à la somme de 5 et de l'inverse du terme précédent.
2. Un salaire initial est de 1 500 euros. Chaque année, il augmente de 0,1%.
3. La population initiale d'une ville est de 10 000 habitants. Chaque année, 80% des habitants restent et 500 nouvelles personnes arrivent.



Méthode 3 : récurrence mixte

Si u_{n+1} dépend de u_n et de n , utiliser à chaque étape le terme précédent et la valeur du rang n . Ainsi, pour trouver u_1 , prendre $n = 0$ et le terme u_0 ; pour trouver u_2 , prendre $n = 1$ et le terme u_1 . Si la relation utilise u_n et u_{n+1} pour calculer u_{n+2} , il faut deux termes initiaux.

Exercice 5 Récurrences d'ordre un ou deux

Pour chacune des suites définies pour tout entier naturel n , calculer les trois termes suivant le premier.

$$1. \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 4n \end{cases}$$

$$4. \quad \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n \end{cases}$$

$$\mathbf{2.} \quad \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{1}{2n+1} \end{cases}$$

$$5. \quad \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 2 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + n \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 5u_n - 2 \end{cases}$$

Exercise 6

Utiliser la calculatrice afin de faire afficher de la quatrième à la dixième valeur des deux suites suivantes définies sur $\mathbb{N}$.

$$\mathbf{2.} \quad \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = u_n^2 - (n+2) \end{cases}$$

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$2. \quad \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{2u_n + 3v_n}{5} \end{cases}$$

Calculer u_1, v_1, u_2 et v_2 .

Exercice 8 Passer d'une forme explicite à une récurrence

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 2^n - 3$.

1. Calculer u_0 , u_1 , u_3 et u_5 .

2.

2. a. Exprimer u_{n+1} en fonction de n .

2. b. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 2u_n + 3$.

2. c. En déduire une définition de la suite (u_n) à l'aide d'une relation de récurrence.

Pour chacune des suites suivantes définies sur $\mathbb{N}$, exprimer u_{n-1} et u_{n+1} en fonction de n , pour $n \geq 1$:

7. $u_n = \left(\frac{n^2}{n+1} \right)^{n+1}$

Exercice 10 [!] Bilan Trois façons de définir une suite

1. Pour $u_n = 7n + 1$, calculer u_0 , u_1 , u_2 et u_3 .

- 2.** Pour la suite définie par

$$v_0 = 2, \quad v_{n+1} = 2v_n + 1,$$

calculer v_1 , v_2 et v_3 .

- 3.** Pour la suite définie par

$$w_0 = 3, \quad w_{n+1} = w_n + 2n + 1,$$

calculer w_1 , w_2 et w_3 .

4. Préciser le mode de définition de chacune des trois suites.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 12, page 13.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

1. Pour $a_n = n^2 - 2n + 3$, calculer a_0 , a_1 , a_2 et a_3 .

2. Pour

$$b_0 = 2, \quad b_{n+1} = 3b_n - 2,$$

calculer b_1 , b_2 et b_3 .

3. Pour

$$c_0 = 4, \quad c_{n+1} = c_n + 3n + 2,$$

calculer c_1 , c_2 et c_3 .

4. Préciser le mode de définition de chacune des trois suites.

Exercice 12 [*] Approfondissement Modéliser une situation

Pour chaque situation, définir une suite en précisant son premier terme et une relation de récurrence.

1. Une ville compte 10 000 habitants. Chaque année, 80 % des habitants restent et 500 nouveaux habitants arrivent.
2. Un capital vaut initialement 1 500 euros. Chaque année, sa valeur augmente de 4 % puis on retire 20 euros.
3. Une association compte initialement 12 membres. Durant l'année numérotée n (la première est l'année 0), elle accueille $2n+3$ nouveaux membres ; aucun membre ne part. Calculer aussi le nombre de membres après chacune des trois premières années.

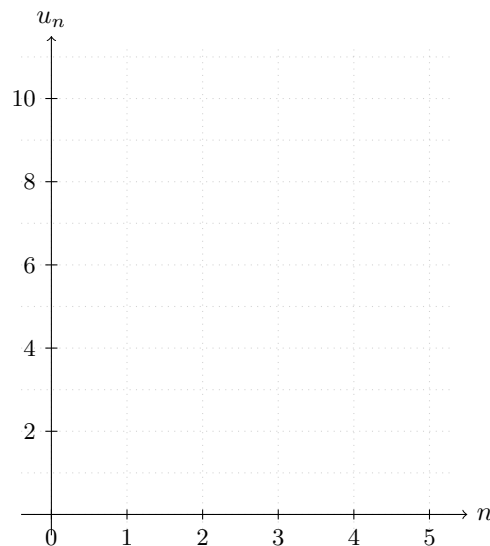
Thème II

Représentation graphique d'une suite

Exercice 13 [!] Bilan Représenter les premiers termes

On considère la suite définie par $u_n = n^2 - 2n + 2$.

1. Calculer u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 .
2. Dans le repère ci-dessous, placer les points $(n; u_n)$ pour $0 \leq n \leq 4$.
3. La représentation graphique d'une suite est-elle une courbe continue?



Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 15, page 16.

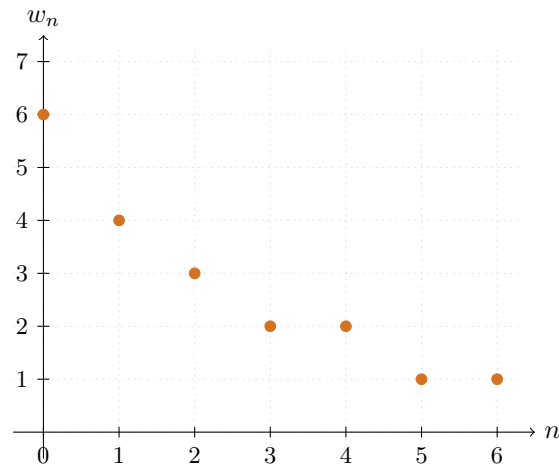
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

On considère $v_n = 2n + 1$.

1. Calculer v_0 à v_4 .
2. Représenter les cinq points correspondants dans un repère.
3. Décrire l'allure des points.

Exercice 15 [*] Approfondissement Lire une suite sur un graphique

Le graphique ci-dessous représente les premiers termes d'une suite (w_n) .



1. Lire w_0, w_2, w_4 et w_6 .
2. La suite semble-t-elle croissante, décroissante ou ni l'une ni l'autre?

Variations des suites définies par une formule



Pour une formule polynomiale, remplacer tous les n par $n + 1$, puis réduire $u_{n+1} - u_n$. Étudier le signe de cette différence pour chaque rang considéré : positif, la suite est croissante ; négatif, elle est décroissante. Si le signe est strict à chaque rang, la variation est stricte ; s'il change, préciser à quels rangs.

On considère $u_n = n^2 + 2n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
2. Calculer et simplifier $u_{n+1} - u_n$.
3. En déduire le sens de variation de (u_n) .

On considère $v_n = n^2 + 4n - 1$.

1. Exprimer v_{n+1} .
2. Calculer $v_{n+1} - v_n$.
3. En déduire le sens de variation de (v_n) .



Exercice 18 Une différence avec des fractions

2. En déduire le sens de variation de (w_n) .



Méthode 3 : mettre q^n en facteur

Si $u_n = aq^n + b$ avec $q > 0$, utiliser

$$q^{n+1} = q q^n, \quad u_{n+1} - u_n = a q^n (q - 1).$$

Le facteur q^n est strictement positif : étudier le signe de $a(q-1)$.

Exercice 19 Une suite de la forme $aq^n + b$

On considère la suite (a_n) définie, pour tout entier naturel n , par

$$a_n = 5 \times 0,2^n + 3.$$

1. Calculer a_0 , a_1 et a_2 puis conjecturer le sens de variation de (a_n) .
2. Montrer que, pour tout entier naturel n ,

$$a_{n+1} - a_n = -4 \times 0,2^n.$$

- 3.** En déduire le sens de variation de (a_n) .

On considère la suite (b_n) définie par

1. Calculer b_0 , b_1 et b_2 puis conjecturer son sens de variation.

2. Factoriser $b_{n+1} - b_n$ par $0,5^n$.
3. En déduire le sens de variation de (b_n) .

$$c_n = 3 - 2 \times 1,4^n.$$

1. Calculer c_0, c_1 et c_2 puis conjecturer son sens de variation.
2. Calculer puis factoriser $c_{n+1} - c_n$.
3. En déduire le sens de variation de (c_n) .

Dans chacun des cas, déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie par :

1. $u_n = \frac{n+1}{n+2}$ pour tout $n \geq 0$.
2. $u_n = \frac{3^n}{n}$ pour tout $n \geq 1$.
3. $u_n = n^2 - 3n + 12$ pour tout $n \geq 0$.
4. $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ pour tout $n \geq 1$.

Étudier le sens de variation des suites suivantes en comparant u_{n+1} et u_n

1. (u_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{n}{n+1}$.
2. (u_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = 5 \times 0,2^n + 3$.

Thème IV

Variations des suites définies par récurrence



Méthode 4 : utiliser une borne sur u_n

Calculer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de u_n .

- Par exemple, si $u_{n+1} = au_n + b$, alors $u_{n+1} - u_n = (a - 1)u_n + b$.
- Utiliser ensuite une borne donnée sur u_n pour déterminer le signe de cette différence.
- Quelques premiers termes permettent de conjecturer, mais pas de conclure.

Exercice 24 Suite récurrente : utiliser un majorant

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 10, \quad u_{n+1} = 0,9u_n + 5.$$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 . Conjecturer le sens de variation de (u_n) .
2. Montrer que, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} - u_n = 0,1(50 - u_n).$$

- 3.** On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 50$. En déduire le sens de variation de (u_n) .

This image shows a full page of dot grid paper. It consists of numerous horizontal rows of small, evenly spaced black dots on a white background. The dots are arranged in straight lines across the entire width of the page, providing a guide for writing or drawing without solid lines.

Exercice 26 Suites définies par récurrence**Méthode**

Avec les suites définies par récurrence, on a souvent besoin d'une aide, d'un majorant ou d'un minorant.

1. Soit u la suite définie pour tout entier n par la relation de récurrence :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

On admet que pour tout entier n , on a $u_n \geq 0$.

Étudier le sens de variation de u .

2. Soit v la suite définie pour tout entier n par la relation de récurrence :

$$\begin{cases} v_0 = -1 \\ v_{n+1} = v_n - 5 \end{cases}$$

Étudier le sens de variation de v .

3. Soit w la suite définie pour tout entier n par la relation de récurrence :

$$\begin{cases} w_0 = 100 \\ w_{n+1} = 1,5w_n - 20 \end{cases}$$

3. a. Calculer les 3 premiers termes de la suite et faire une conjecture sur les variations.

3. b. On admet que pour tout entier n , on a $w_n \geq 50$.

Étudier le sens de variation de w .

Thème V

Variations des suites : le Bilan

Exercice 27 Vrai ou faux : variations et bornes

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant vos réponses. Une réponse non justifiée ne rapporte pas de points.

1. Une suite est soit croissante, soit décroissante.
2. Une suite croissante est minorée.
3. Une suite croissante est toujours majorée.
4. Une suite croissante est parfois majorée.
Autre formulation : il existe des suites croissantes et majorées.
5. Une suite décroissante est toujours majorée.
6. Une suite décroissante est toujours minorée.
7. Une suite décroissante est parfois minorée.
Autre formulation : il existe des suites décroissantes et minorées.
8. Une suite ne peut pas être croissante et bornée.
9. Une suite ne peut pas être décroissante et bornée.
10. Une suite croissante et majorée est bornée.
11. Une suite décroissante et minorée est bornée.

Exercice 28 **[!]** Bilan Bilan de la section : étudier les variations

Pour chacune des suites suivantes, calculer $u_{n+1} - u_n$ puis déterminer son sens de variation.

1. $u_n = \frac{n+1}{n+2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. $u_n = 3 \times 0,5^n + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. $u_0 = 80$ et $u_{n+1} = 1,25u_n - 10$. On admet que $u_n \geq 40$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
4. $u_n = n^2 - 6n + 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

This image shows a full page of dot grid paper. It consists of multiple horizontal rows of small, evenly spaced black dots on a white background. The dots are arranged in straight lines across the width of the page, providing a guide for writing or drawing without solid lines.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 30, page 30.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 29 [+] Consolidation Même bilan, avec d'autres valeurs

Pour chacune des suites suivantes, calculer $u_{n+1} - u_n$ puis déterminer son sens de variation.

1. $u_n = \frac{2n+1}{n+3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. $u_n = 4 \times 0,25^n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. $u_0 = 100$ et $u_{n+1} = 1,2u_n - 15$. On admet que $u_n \geq 75$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
4. $u_n = n^2 - 8n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = (n+2) \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

- $$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n \frac{1-n}{4}.$$

Thème VI

Python : calculer des termes, une liste et un seuil

Exemple résolu 1 Calculer un terme

Définition de la suite

$u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = u_n + 3.$$

La fonction renvoie seulement u_n . Pour calculer u_3 , il faut effectuer trois étapes à partir de u_0 .

Ainsi, `terme(3)` renvoie $u_3 = 11$.

Fonction associée

```
def terme(n):  
    u = 2  
    for k in range(n):  
        u = u + 3  
    return u
```

Exercice 31 Calculer un terme : trois définitions

Compléter chaque fonction, puis déterminer à la main la valeur renvoyée pour $n = 2$.

- ### 1. Suite définie par récurrence

$$a_0 = 4 \text{ et } a_{n+1} = 3a_n + 1.$$

```
def a(n):
    u = 4
    for k in range(.....):
        u = .....
    return u
```

2. Suite définie par son terme général

$$b_n = 2n^2 + 3.$$

```
def b(n):  
    return .....
```

- ### 3. Récurrence avec le rang

$$c_0 = 5 \text{ et } c_{n+1} = c_n + 2n + 1.$$

```
def c(n):
    u = 5
    for k in range(.....):
        u = .....
    return u
```


Exemple résolu 3 Chercher un seuil

Définition de la suite

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + 3$. On cherche le premier rang n tel que $u_n \geq M$. Tant que $u_n < M$, on calcule le terme suivant et on augmente le rang.

Fonction associée

```
def seuil(M):
    u = 2
    n = 0
    while u < M:
        u = u + 3
        n = n + 1
    return n
```

Ainsi, `seuil(10)` renvoie 3, car $u_2 = 8 < 10 \leq u_3 = 11$.

Exercice 33 Chercher le premier rang d'un seuil

Compléter la fonction qui renvoie le plus petit rang n pour lequel $v_n \geq M$. Déterminer `seuil(18)` et `seuil(5)`.

Définition de la suite

$v_0 = 5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$v_{n+1} = v_n + 4.$$

```
def seuil(M):
    n = 0
    v = 5
    while .....:
        v = .....
        n = .....
    return n
```

Exercice 34 [!] Bilan Python : terme, liste et seuil

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 3 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, \quad u_{n+1} = 2u_n + 1.$$

1. **Calculer un terme.** Compléter la fonction Python suivante afin qu'elle renvoie u_n .

```
def terme(n):
    u = 3
    for k in range(.....):
        u = .....
    return u
```

Déterminer ensuite la valeur renvoyée par `terme(4)`.

- 2. Construire la liste des termes.** Compléter la fonction suivante afin qu'elle renvoie la liste $[u_0, u_1, \dots, u_n]$.

```
def termes(n):
    u = 3
    L = [u]
    for k in range(.....):
        u = .....
        L.append(.....)
    return L
```

Donner la liste renvoyée par `termes(4)`.

- 3. Chercher un seuil.** Compléter la fonction suivante afin qu'elle renvoie le plus petit rang n tel que $u_n \geq M$.

```
def seuil(M):
    n = 0
    u = 3
    while .....:
        u = .....
        n = .....
    return n
```

Déterminer la valeur renvoyée par `seuil(100)` et la justifier à l'aide des termes de la suite.

This image shows a full page of dot grid paper. It features approximately 20 horizontal rows of small, evenly spaced black dots on a white background. The dots are arranged in straight lines across the width of the page, providing a guide for writing or drawing without solid lines.

Parcours A – Consolidation

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 35, page 35.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 36, page 36.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 35 [+] Consolidation Même travail, autres valeurs

On considère la suite (v_n) définie par

$$v_0 = 2 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, \quad v_{n+1} = 3v_n + 2.$$

1. **Calculer un terme.** Compléter la fonction afin qu'elle renvoie v_n , puis déterminer la valeur renvoyée par `terme(3)`.

```
def terme(n):  
    v = 2  
    for k in range(.....):  
        v = .....  
    return v
```

2. **Construire la liste des termes.** Compléter la fonction afin qu'elle renvoie $[v_0, v_1, \dots, v_n]$, puis donner la liste renvoyée par `termes(3)`.

```
def termes(n):
    v = 2
    L = [v]
    for k in range(.....):
        v = .....
        L.append(.....)
    return L
```

- 3. Chercher un seuil.** Compléter la fonction afin qu'elle renvoie le plus petit rang n tel que $v_n \geq M$, puis déterminer `seuil(200)`.

```
def seuil(M):
    n = 0
    v = 2
    while .....:
        v = .....
        n = .....
    return n
```

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The dots are small, black, and evenly spaced along each line. There are approximately 20 lines across the page. This type of paper is commonly used for journaling, sketching, and taking notes.

Exercice 36 **[*] Approfondissement** Trois algorithmes avec une récurrence dépendant du rang

On considère la suite (w_n) définie par

$$w_0 = 1 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, \quad w_{n+1} = w_n + 2n + 3.$$

Dans la boucle Python, lorsque la variable `k` vaut k , la variable contenant le terme de la suite contient w_k avant la mise à jour.

1. Compléter la fonction qui renvoie w_n , puis déterminer `terme(4)`.

```
def terme(n):  
    w = 1  
    for k in range(.....):  
        w = .....  
    return w
```

2. Compléter la fonction qui renvoie $[w_0, w_1, \dots, w_n]$, puis donner `termes(4)`.

```
def termes(n):
    w = 1
    L = [w]
    for k in range(.....):
        w = .....
        L.append(.....)
    return L
```

3. Compléter la fonction qui renvoie le plus petit rang n tel que $w_n \geq M$. Attention : dans une boucle `while`, il faut disposer du rang courant pour appliquer la relation de récurrence.

```
def seuil(M):
    n = 0
    w = 1
    while .....:
        w = .....
        n = .....
    return n
```

Déterminer `seuil(50)`.

[illegible]

Exercice 37 Lire une formule dans un tableur

On souhaite calculer les termes d'une suite à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	4
2	u_n	-2	$=3 \cdot C1^2 + 5 \cdot C1 - 2$			
3						

1. Si on étend la formule de la case **C2** à la case **D2**, quelle est la valeur de u_2 ?
2. Exprimer le terme général u_n en fonction de n en utilisant la formule donnée par le tableur.

Exercice 38 Lire une fonction Python

On considère l'algorithme suivant :

```
1 # Dans l'éditeur Python
2 def u(n):
3     return 2**n - 1
```

1. Que renvoie l'instruction $u(6)$?
2. On appelle (u_n) la suite associée aux valeurs calculées par l'algorithme.
Donner l'expression du terme général de cette suite.

Exercice 39 Retrouver une récurrence dans un tableur

On souhaite calculer les termes d'une suite à l'aide d'un tableur.

	A	B
1	n	u_n
2	0	3
3	1	$= 3^* \text{B2} + 1$
4	2	
5		

	A	B
1	n	u_n
2	0	-1
3	1	$= B_2 + 2 \cdot A_3$
4	2	
5		

Pour chacune des feuilles de calcul, écrire la relation donnant u_{n+1} en fonction de u_n .

Exercise 40

On considère l'algorithme ci-contre définissant une suite (u_n) :

```
1 # Dans l'éditeur Python
2 def u(n):
3     u = 1
4     for i in range(1,n+1):
5         u = (u - 1) / (u - 2)
6     return u
```

1. Que renvoie l'instruction $u(2)$?
2. Écrire une relation entre u_{n+1} et u_n .

Exercice 41 Une récurrence lue dans un programme

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 2\sqrt{2}$ et la fonction suivante permet de calculer le terme d'indice n de la suite pour un entier naturel n donné.

```
1 # Dans l'éditeur Python
2
3 from math import sqrt
4
5 def u(n):
6     u = 2*sqrt(2)
7     for i in range(1,n+1):
8         u = u**2/2 - 4
9     return u
```

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
2. Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_6 .

Première intuition de la notion de limite

[!] Bilan Conjecturer un comportement

Pour chacune des suites suivantes, calculer quelques termes pour de grandes valeurs de n (ou raisonner directement), puis conjecturer son comportement lorsque n devient grand.

$$u_n = \frac{1}{n+1}, \quad v_n = n^2, \quad w_n = (-1)^n.$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 43, page 43.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 44, page 43.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 43 **[+] Consolidation Conjecturer une limite à partir de quelques termes**

On considère les suites (a_n) et (b_n) définies, pour tout entier naturel n , par

$$a_n = 3 + \frac{1}{n+1} \quad \text{et} \quad b_n = 5 - \frac{2}{n+1}.$$

1. Calculer a_0 , a_9 , a_{99} , puis b_0 , b_9 et b_{99} .
2. Conjecturer la limite de chacune de ces deux suites.

Exercice 44 **[*] Approfondissement Une suite récurrente qui semble se stabiliser**

On considère la suite (c_n) définie par

$$c_0 = 0 \quad \text{et} \quad c_{n+1} = \frac{1}{2}c_n + 3.$$

1. Calculer c_1 , c_2 , c_3 et c_4 .
2. À l'aide de la calculatrice ou d'un programme Python, déterminer c_{10} à 10^{-2} près.
3. Conjecturer la limite de (c_n) , puis vérifier que la valeur conjecturée est solution de l'équation $L = \frac{1}{2}L + 3$.

Thème VIII

Problèmes de synthèse : modélisation, variations et seuils

Exercice 45 **[!] Bilan Production de bactéries**

Une société produit des bactéries pour l'industrie. En laboratoire, il a été mesuré que dans un milieu nutritif approprié, la masse de ces bactéries, mesurée en grammes, augmente de 20% en un jour. La société met en place le dispositif industriel suivant. Dans une cuve de milieu nutritif, on introduit initialement 1 kg de bactéries. Ensuite, chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu nutritif contenu dans la cuve. Durant cette opération, 100 g de bactéries sont perdus. L'entreprise se fixe pour objectif de produire 30 kg de bactéries.

On modélise l'évolution de la population de bactéries dans la cuve par la suite (u_n) . On a donc : $u_0 = 1000$.

1.

1. a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

1. b. On admet que pour tout entier naturel n , $u_n \geq 1000$.

Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

2. On peut également utiliser l'algorithme suivant écrit en langage Python pour répondre au problème de l'entreprise. Recopier et compléter cet algorithme.

```
def seuil():
    n = ....
    u = .....
    while .....:
        u = .....
        n = .....
    return n
```

3. À l'aide de la calculatrice, vérifier la réponse au problème de l'entreprise.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 46, page 44.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 47, page 45.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 46 **[+] Consolidation Culture de levures en bioréacteur**

Une entreprise cultive des levures dans un bioréacteur. En milieu nutritif stable, la masse de levures augmente de 18% par jour. Chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu ; durant cette opération, on perd 150 g de levures. Au départ, on introduit 1,2 kg de levures dans la cuve. On modélise la masse (en grammes) par la suite (u_n) avec $u_0 = 1200$. L'objectif industriel est d'atteindre 20 kg de levures dans la cuve.

1.

1. a. Montrer que, pour tout entier n , on a :

$$u_{n+1} = 1,18 u_n - 150.$$

1. b. On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n \geq 1000$. Montrer que la suite (u_n) est croissante.

1. c. Compléter l'algorithme qui renvoie le plus petit jour n tel que $u_n \geq 20000$ (soit 20 kg).

```
def jours_levures():
    n = ....
    u = .....
    while .....:
        u = .....
        n = .....
    return n, u
```

2. Déterminer (par calcul ou au script) le plus petit n tel que $u_n \geq 20000$. Donner aussi une valeur approchée de u_n à ce rang.

Exercice 47 [*] Approfondissement Gestion d'un capital financier

Un investisseur place un capital initial de 6000 euro sur un compte rémunéré. Chaque mois :

- le capital augmente de 2 % ;
- puis l'investisseur retire 100 euro.

On note (u_n) la suite définie par $u_0 = 6000$, où u_n représente le capital (en euros) au début du n -ième mois.

1. Montrer que, pour tout entier n , on a :

$$u_{n+1} = 1,02 u_n - 100.$$

2. Calculer u_1 et u_2 .

3. (Variation) On admet que, pour tout entier n , on a $u_n \geq 5000$. En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .

4. Point fixe et interprétation.

4. a. Résoudre $u = 1,02u - 100$ et donner le point fixe L .
 4. b. Interpréter ce nombre L pour la dynamique de (u_n) .

5. Programme Python. Écrire une fonction `u(n)` qui calcule u_n par itérations successives.

6. Liste des termes. Écrire une fonction `termes_u(n)` qui renvoie $[u_0, \dots, u_n]$.

7. Seuil. Écrire une fonction `seuil(M)` qui renvoie le plus petit rang n tel que $u_n \geq M$.

8. Tableau de valeurs (calculatrice ou script). Compléter :

n	10	20	30	40	50
u_n (en euro)					

9. Atteindre un objectif. Déterminer le plus petit n tel que $u_n \geq 20000$. Donner aussi une valeur approchée de u_n à ce rang (calculatrice ou script).

Thème IX

Bilan - Pour Préparer le Test

Exercice 48 [!] Bilan

Les trois parties sont indépendantes.

Partie A – Étude d'une suite explicite

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n , par

$$u_n = \frac{2n+1}{n+3}.$$

1. Calculer u_0 , u_1 et u_5 .
2.
 2. a. Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
 2. b. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{5}{(n+3)(n+4)}.$$

2. c. En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .
3. Montrer que la suite (u_n) est majorée par 2.

Partie B – Une suite quadratique

On considère la suite (t_n) définie, pour tout entier naturel n , par

$$t_n = n^2 - 8n + 5.$$

1. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,
- $$t_{n+1} - t_n = 2n - 7.$$
2. En déduire le sens de variation de la suite (t_n) .
 3. Déterminer la valeur minimale prise par la suite (t_n) .

Partie C – Une suite au comportement différent

On considère la suite (a_n) définie, pour tout entier naturel n , par

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}.$$

1. Calculer les six premiers termes de la suite (a_n) .
2. La suite (a_n) est-elle croissante ? décroissante ? Justifier.
3. Représenter dans un repère les points de coordonnées

$$(n; a_n)$$

pour $0 \leq n \leq 5$.

Décrire le comportement que l'on observe.

4. Conjecturer la limite de la suite (a_n) .

Partie D – Une suite définie de deux façons et Python

On considère la suite (v_n) définie par

$$v_0 = 25 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = 0,8v_n + 12 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

1. Calculer v_1 , v_2 et v_3 .
2. On admet que, pour tout entier naturel n ,

$$v_n < 60.$$

Étudier le sens de variation de la suite (v_n) .

- 3.** On admet désormais que la suite (v_n) peut aussi s'écrire, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$v_n = 60 - 35 \times 0,8^n.$$

3. a. Retrouver v_0 , v_1 et v_2 à l'aide de cette expression.
3. b. Retrouver le sens de variation de (v_n) en utilisant cette fois l'expression explicite.
4. On souhaite calculer un terme de la suite à l'aide de Python.
Compléter la fonction suivante afin que `terme(n)` renvoie v_n .

```
1 def terme(n):
2     v = .....
3     for k in range(.....):
4         v = .....
5     return v
```

- ## 5. Que renvoie l'instruction

terme(3) ?

6. Compléter la fonction suivante afin qu'elle renvoie la liste

$$[v_0, v_1, \dots, v_N].$$

```

1 def liste_termes(N):
2     v = 25
3     L = [v]
4     for k in range(.....):
5         v = .....
6         L.append(.....)
7     return L

```

7. On cherche maintenant le premier terme de la suite supérieur ou égal à une valeur donnée A , avec

$$25 < A < 60.$$

Compléter la fonction de seuil suivante.

```

1 def seuil(A):
2     v = .....
3     n = 0
4     while .....:
5         v = .....
6         n = .....
7     return n

```

8. a. Expliquer précisément ce que renvoie la fonction `seuil(A)`.
8. b. Déterminer la valeur renvoyée par `seuil(50)` et vérifier le résultat en donnant les deux termes consécutifs utiles.

Thème X

Automatismes du chapitre – Pour préparer le test

Exercice 49 [FLASH] Automatismes QCM – Bac Première 2026

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Question 1

Source bac : Première spécialité, Asie 2026 – exercice 1, partie A, question 1 – question adaptée

En 2020, le niveau d'un lac est de 1100 mètres. On estime qu'il baisse de 1 % chaque année. On note u_n son niveau, en mètres, n années après 2020.

La valeur de u_1 est :

- | | |
|---------|---------|
| a) 1089 | c) 1111 |
| b) 1099 | d) 990 |

Question 2

Source bac : Première spécialité, Asie 2026 – exercice 1, partie A, question 2.a – question adaptée

Avec les mêmes notations, quelle relation traduit correctement l'évolution annuelle du niveau du lac ?

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| a) $u_{n+1} = u_n - 0,01$ | c) $u_{n+1} = 1,01u_n$ |
| b) $u_{n+1} = 0,99u_n$ | d) $u_{n+1} = u_n - 11$ |

Question 3

Source bac : Première spécialité, sujet zéro 2 – exercice 1, question 1 – question adaptée

On considère la suite définie par

$$u_0 = 10\,000, \quad u_{n+1} = 1,08u_n - 300.$$

La valeur de u_1 est :

- | | |
|-----------|-----------|
| a) 10 800 | c) 10 080 |
| b) 10 500 | d) 9 700 |

Question 4

Source bac : Première spécialité, Centres étrangers 2026 – exercice 1, partie A – question adaptée

La hauteur d'un arbre est modélisée par une suite (u_n) telle que $u_0 = 1$ et que l'arbre grandit de 0,4 mètre chaque année. Quelle relation de récurrence convient ?

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a) $u_{n+1} = 0,4u_n$ | c) $u_{n+1} = u_n + 0,4$ |
| b) $u_{n+1} = 1,4u_n$ | d) $u_{n+1} = u_n + 1,4$ |

Question 5

Source bac : Première spécialité, Métropole 2026 – exercice 3, affirmation 2 – question adaptée

On considère la suite définie par

$$u_n = 2^{-n}.$$

Pour tout entier naturel n , le quotient $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ est égal à :

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) 2 | c) -2 |
| b) $\frac{1}{2}$ | d) $-\frac{1}{2}$ |

Question 6

Source bac : Première spécialité, Polynésie 2026 – exercice 1, partie B, question 3.a – question adaptée

On utilise le programme suivant pour déterminer le premier rang n tel que $u_n \geq k$:

```

u = 400
n = 0
while .....:
    n = n + 1
    u = 1.025*u
  
```

Quelle condition faut-il écrire dans la boucle `while` ?

- | | |
|---------------|------------|
| a) $u < k$ | c) $u > k$ |
| b) $u \leq k$ | d) $n < k$ |

Thème XI

Extraits du Bac 2026



Épreuve du baccalauréat

À l'épreuve anticipée de mathématiques de Première, la calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 50 [BAC] D'après Bac 2026 Niveau d'un lac – Asie 2026

Source bac : Première spécialité, Asie, 15 juin 2026 – exercice 1, partie A – questions adaptées

En 2020, le niveau d'un lac est de 1100 mètres. On estime qu'il baisse de 1 % chaque année. On note u_n son niveau n années après 2020 et $u_0 = 1100$.

1. Calculer u_1 et interpréter le résultat.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Écrire le calcul permettant d'estimer le niveau du lac en 2023, sans effectuer le calcul.
4. Compléter le programme qui affiche le nombre d'années à partir duquel le niveau devient inférieur à 1020 mètres.

```
u = 1100
n = 0
while .....:
    n = n + 1
    u = .....
print(n)
```

Source bac : Première spécialité, sujet zéro 2 – exercice 1 – questions adaptées

$$u_0 = 10\,000, \quad u_{n+1} = 1,08u_n - 300.$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Expliquer en une phrase le rôle des nombres 1,08 et 300 dans ce modèle.
3. Compléter une fonction Python qui renvoie les $n + 1$ premiers termes de la suite.

Exercice 52 [BAC] D'après Bac 2026 Seuil en Python – Polynésie 2026

Source bac : Première spécialité, Polynésie, 12 juin 2026 – exercice 1, partie B – questions adaptées

En 2025, un club accueille 400 clients. On modélise le nombre de clients par une suite (u_n) vérifiant

$$u_0 = 400, \quad u_{n+1} = 1,025u_n.$$

On souhaite déterminer le premier rang pour lequel $u_n \geq k$.

1. Compléter la fonction Python suivante.

```
def seuil(k):
    u = 400
    n = 0
    while .....:
        n = .....
        u = .....
    return .....
```

2. Expliquer ce que renvoie `seuil(600)` dans le contexte de l'exercice.

This image shows a full page of dot grid paper. The background is white, and it is covered with a uniform grid of small, dark grey dots. The dots are arranged in straight horizontal and vertical lines, creating a pattern of small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings present.

Thème XII

Now We Can Talk : pour aller plus loin

Exercise 53 ★ Fibonacci – From rabbits to a sequence

Au XIII^e siècle, Fibonacci étudie un problème de reproduction de lapins. On considère ici le modèle simplifié suivant :

- au début du premier mois, on dispose d'un couple de jeunes lapins ;
- un couple devient adulte au bout d'un mois ;
- à partir du mois suivant, chaque couple adulte engendre chaque mois un nouveau couple ;
- aucun lapin ne meurt.

On note F_n le nombre de couples de lapins présents au début du n -ième mois.

On prend

$$F_1 = 1 \quad \text{et} \quad F_2 = 1.$$

1. Expliquer pourquoi

$$F_3 = 2 \quad \text{et} \quad F_4 = 3.$$

- 2.** Calculer F_5 , F_6 , F_7 et F_8 .

Que semble-t-on devoir additionner pour obtenir chaque nouveau terme?

- 3.** Traduire cette observation par une relation de récurrence.

4. Pour $N \geq 2$, compléter la fonction Python suivante afin qu'elle renvoie la liste des N premiers termes de la suite de Fibonacci.

```

1  def fibonacci(N):
2      a = 1
3      b = 1
4      L = [a, b]
5      for k in range(.....):
6          c = .....
7          L.append(c)
8          a = .....
9          b = .....
10     return L

```

- ## 5. Que renvoie l'instruction

fibonacci(10) ?

Exercice 54 ★★ **Syracuse – A sequence with a mystery**

On choisit un entier naturel non nul u_0 .

On construit ensuite une suite (u_n) de la façon suivante :

$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair,} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair.} \end{cases}$$

Cette suite est appelée **suite de Syracuse**.

1. On choisit

$$u_0 = 10.$$

Calculer les termes successifs jusqu'à obtenir pour la première fois la valeur 1.

2. La suite obtenue à partir de $u_0 = 10$ est-elle monotone ?

Justifier avec deux comparaisons seulement.

3. On appelle **temps de vol** le plus petit entier n tel que

$$u_n = 1.$$

Quel est le temps de vol de la suite issue de 10 ?

4. Compléter la fonction suivante, qui renvoie la trajectoire de Syracuse d'un entier a , jusqu'à l'obtention de 1.

```

1  def syracuse(a):
2      u = a
3      L = [u]
4      while .....:
5          if u % 2 == 0:
6              u = .....
7          else:
8              u = .....
9              L.append(u)
10     return L

```

5. Écrire une fonction **temps_vol(a)** qui renvoie uniquement le temps de vol de la trajectoire issue de a .

```

1  def temps_vol(a):
2      u = a
3      n = 0
4      while u != 1:
5          if u % 2 == 0:
6              u = .....
7          else:
8              u = .....
9              n = .....
10     return n

```

6. Tester mentalement ou à l'aide de Python plusieurs valeurs initiales.

Quelle conjecture célèbre ces expériences suggèrent-elles ?

Attention : une conjecture n'est pas un théorème.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 55 ★★ ★ The Tower of Hanoi – Can you beat the puzzle ?

Le jeu des *tours de Hanoï* comporte trois tiges et n disques de diamètres différents.

Au départ, les disques sont empilés sur la première tige, du plus grand au plus petit.

On souhaite transférer toute la tour sur la troisième tige en respectant les règles suivantes :

- on ne déplace qu'un seul disque à la fois ;
- on ne pose jamais un disque sur un disque plus petit.

Pour tout entier $n \geq 1$, on note u_n le nombre minimal de déplacements nécessaires pour déplacer une tour de n disques.

1. Déterminer u_1 , u_2 puis u_3 .

2. On considère une tour de $n + 1$ disques.

Expliquer pourquoi tout déplacement de cette tour impose successivement :

- de déplacer les n petits disques ;
- de déplacer le plus grand disque ;
- de replacer les n petits disques.

En déduire que

$$u_{n+1} = 2u_n + 1.$$

3. À l'aide de cette relation, calculer u_4 , u_5 et u_6 .

Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .

4. On considère la suite (v_n) définie par

$$v_n = 2^n - 1.$$

Vérifier que

$$v_1 = u_1$$

et que la suite (v_n) satisfait également

$$v_{n+1} = 2v_n + 1.$$

Que peut-on en conclure à ce stade ?

5. Pour la suite de l'exercice, on utilise la formule

$$u_n = 2^n - 1.$$

Compléter la fonction suivante afin qu'elle calcule u_n à partir de la relation de récurrence.

```

1 def hanoi(n):
2     u = .....
3     for k in range(.....):
4         u = .....
5     return u

```

6. Un joueur réussit à effectuer exactement deux déplacements par seconde, sans jamais commettre d'erreur.

6. a. Estimer le temps minimal nécessaire pour résoudre une tour de 20 disques.

6. b. Estimer, en années, le temps nécessaire pour une tour de 40 disques.

On prendra

$$1 \text{ année} = 365 \text{ jours.}$$

7. Final challenge.

Le joueur dispose exactement de 24 heures.

Quel est le plus grand nombre de disques pour lequel il peut terminer le jeu à raison de deux déplacements par seconde ?

.....

.....

.....

.....

.....

Thème XIII

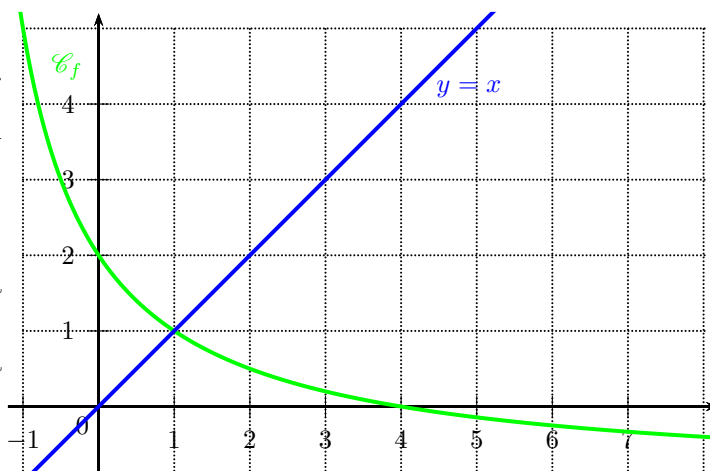
Représentation en escalier d'une suite récurrente

Exercice 56 **Bilan** Construire les premiers termes avec $y = f(x)$ et $y = x$

Dans un repère orthonormé, on a représenté la fonction f définie sur $] -2 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{6}{x+2} - 1$ et la droite d'équation $y = x$.

On définit la suite (u_n) par
$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1. Reproduire et représenter les cinq premiers termes de la suite sur l'axe des abscisses.
2. Émettre une conjecture sur le sens de variation de la suite, puis sur sa limite.



Parcours A – Consolidation

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 57, page 57.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 58, page 58.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 57 [+] Consolidation Une autre construction en escalier

On considère la fonction g définie sur $[0 ; 6]$ par

$$g(x) = \frac{x+4}{2}$$

et la suite (w_n) définie par $w_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n ,

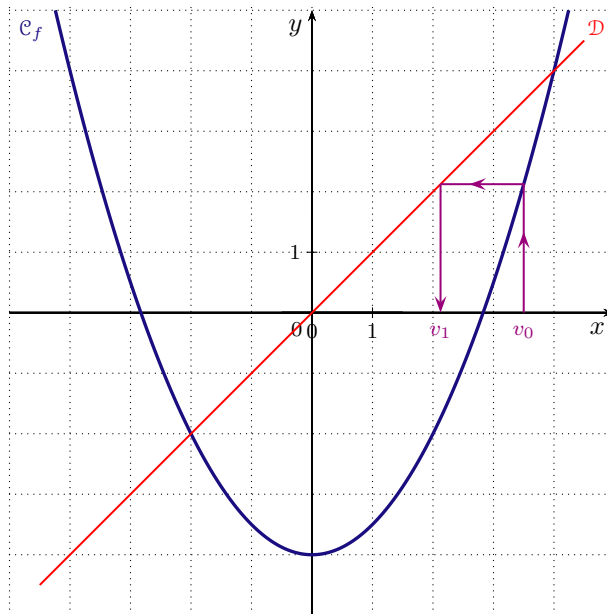
$$w_{n+1} = g(w_n).$$

Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de g et la droite d'équation $y = x$, puis construire sur l'axe des abscisses les termes w_0 à w_5 . Conjecturer le sens de variation et la limite de la suite.

Exercice 58 [*] Approfondissement Une suite qui n'est pas monotone

Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = \frac{7}{2}$ et pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = \frac{(v_n)^2}{2} - 4$.

On a tracé ci-dessous dans un repère orthonormé, la parabole $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = \frac{x^2}{2} - 4$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$.



1. On a représenté sur l'axe des abscisses, les deux premiers termes de la suite (v_n) .
En utilisant la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite $\mathcal{D}$ placer sur l'axe des abscisses les termes v_2 à v_6 .
2. La suite (v_n) est-elle monotone (c'est à dire croissante ou décroissante)?

↩ **Fin du TD** ↪