Mathématiques
BAC BLANC
Première (Correction)
Avril 2026

Épreuve Anticipée de Première

SESSION 2026

Spécialité Mathématiques

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 24 pages numérotées de 1/24 à 24/24.

Si un exercice l'exige, l'aide aux calculs sera indiquée en fin d'exercice.

Remarque

À la fin de l'épreuve, vous rendrez le sujet et les brouillons avec votre copie.

Aucune réponse, aucun calcul, aucune justification portés sur le sujet et les brouillons ne seront pris en compte.

Exercice 1. Automatismes (sur votre copie) — 6 points

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question.

Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1

On donne

$$F = \frac{ab}{a+b} + \frac{a+b}{ab}$$

Lorsque $a = \frac{1}{2}$; $b = -2$, la valeur de F est :

a) $\frac{13}{6}$

b) 3

c) $\frac{5}{6}$

d) $-\frac{5}{6}$

Corrigé

$$\begin{aligned} F &= \frac{\frac{1}{2} \times (-2)}{\frac{1}{2} + (-2)} + \frac{\frac{1}{2} + (-2)}{\frac{1}{2} \times (-2)} \\ &= \frac{-1}{-\frac{3}{2}} + \frac{-\frac{3}{2}}{-1} \\ &= \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{4}{6} + \frac{9}{6} \\ &= \frac{13}{6}. \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Réponse a) } \frac{13}{6}}$$

Question 2

On donne

$$A = \frac{\left(2^{-1} \times 5^2\right)^2 \times 10^{-3}}{2^{-5}}$$

La valeur de A est :

a) 10

b) 5

c) $\frac{1}{5}$

d) 40

Corrigé

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(2^{-1} \times 5^2\right)^2 \times 10^{-3}}{2^{-5}} \\ &= \frac{2^{-2} \times 5^4 \times (5 \times 2)^{-3}}{2^{-5}} \\ &= \frac{2^{-2} \times 5^4 \times 5^{-3} \times 2^{-3}}{2^{-5}} \\ &= \frac{2^{-5} \times 5^1}{2^{-5}} \\ A &= 5. \end{aligned}$$

Réponse b) 5

Question 3

Si x est la solution de l'équation $3x + 1 = 5$, alors $9x - 1 =$

a) 8

b) 9

c) 10

d) 11

Corrigé

$$\begin{aligned} 3x + 1 &= 5 \\ 3x &= 4 \\ 9x &= 12 \\ 9x - 1 &= 11 \end{aligned}$$

Réponse d) 11

Question 4

$$\begin{cases} y = (x-6)(x+5) \\ y = 11x - 66 \end{cases}$$

Quel couple $(x\ ;\ y)$ est solution du système d'équations ci-dessus ?

a) $(6\ ;\ 0)$

c) $(0\ ;\ 6)$

b) $(6\ ;\ -5)$

d) $(-5\ ;\ 6)$

Corrigé

On teste le couple $(6\ ;\ 0)$.

$$\begin{aligned}(x-6)(x+5) &= (6-6)(6+5) \\ &= 0 \times 11 \\ &= 0.\end{aligned}$$

Et :

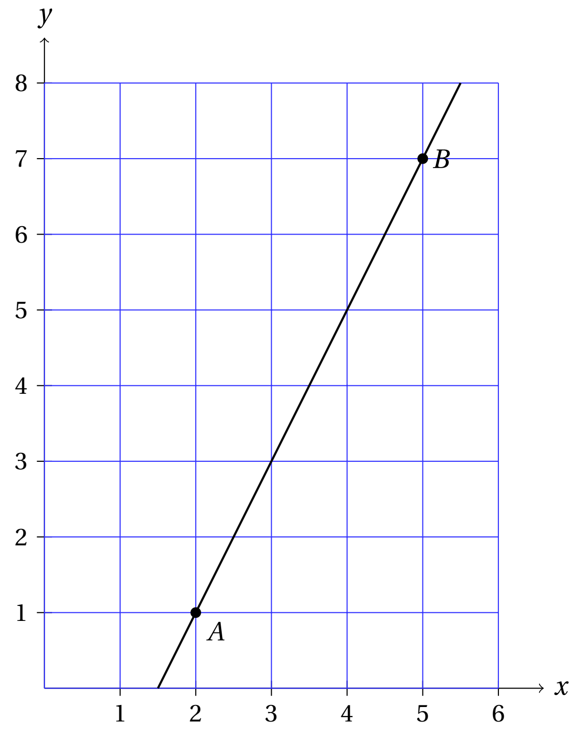
$$\begin{aligned}11x - 66 &= 11 \times 6 - 66 \\ &= 66 - 66 \\ &= 0.\end{aligned}$$

Le couple $(6\ ;\ 0)$ vérifie donc les deux équations du système.

$\boxed{\text{Réponse a) } (6\ ;\ 0)}$

Question 5

On a représenté ci-dessous une droite (d) dans un repère.



Une équation cartésienne de la droite (d) est :

a) $2x + y - 3 = 0$

b) $2x - y - 3 = 0$

c) $x - y - 1 = 0$

d) $3x - 2y - 1 = 0$

Corrigé

La droite (d) passe par les points $A(2\,;\,1)$ et $B(5\,;\,7)$.
Son coefficient directeur vaut :

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \\ &= \frac{7-1}{5-2} \\ m &= \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$

Une équation réduite de la droite est donc de la forme : $y = 2x + p$. Comme $A(2\,;\,1)$ appartient à la droite :

$$1 = 2 \times 2 + p$$
$$1 = 4 + p \iff p = -3.$$

Donc :

$$y = 2x - 3 \iff 2x - y - 3 = 0.$$

$\boxed{\text{Réponse b) } 2x - y - 3 = 0}$

Question 6

On donne

$$k-840=\frac{2x}{y} \qquad \text{avec } y\neq 0.$$

Si l'on exprime x en fonction des autres lettres, on obtient :

a) $x=ky-840y-2$

b) $x=\dfrac{ky-840y}{2}$

c) $x=ky-420y$

d) $x=\dfrac{2}{ky-840y}$

Corrigé

On part de l'égalité :

$$k-840=\frac{2x}{y}$$

avec $y\neq 0$.

$$\begin{aligned} k-840&=\frac{2x}{y}\\ y(k-840)&=2x\\ x&=\frac{y(k-840)}{2}\\ x&=\frac{ky-840y}{2}. \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Réponse b) } x=\frac{ky-840y}{2}}$$

Question 7

L'ensemble S des solutions de l'inéquation

$$x^2+5<0$$

est :

a) $S=\left]-\infty;\sqrt{5}\right[$

b) $S=\left]-\sqrt{5};\sqrt{5}\right[$

c) $S=\left]-\infty;-\sqrt{5}\right[\cup\left]\sqrt{5};+\infty\right[$

d) $S=\varnothing$

Corrigé

Pour tout réel x, on a :

$$x^2\geq 0.$$

Donc :

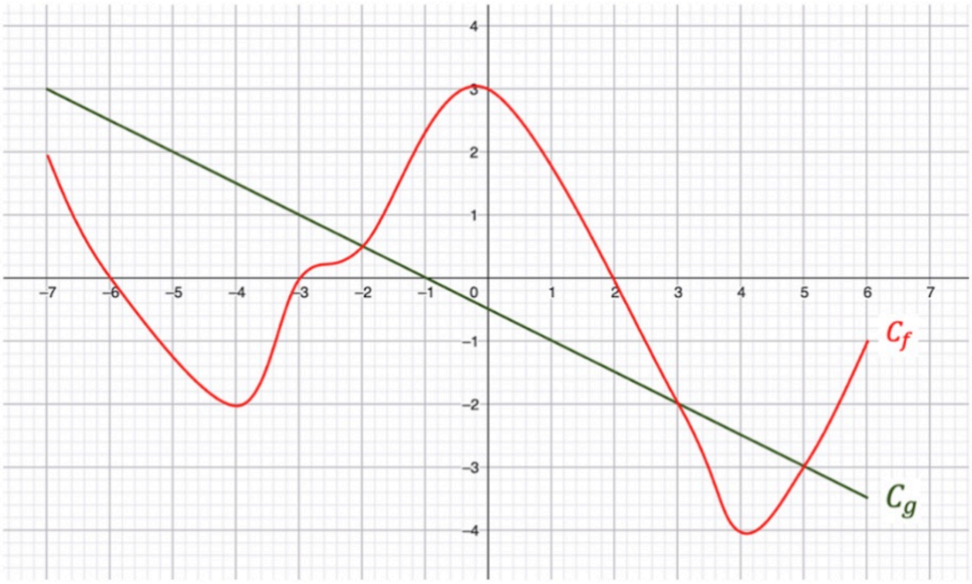
$$x^2+5\geq 5$$
$$x^2+5>0.$$

L'inéquation $x^2+5<0$ n'a donc aucune solution réelle.

$\boxed{\text{Réponse d) } S=\varnothing}$

Question 8

Soit f et g deux fonctions définies sur l'intervalle $[-7\ ;\ 6]$ dont les représentations graphiques, $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$, sont données ci-dessous.



Le produit $f(x) \times g(x)$ est :

a) Positif ou nul sur $[-2\ ;\ 3]$

b) Négatif ou nul sur $[3\ ;\ 5]$

c) Négatif ou nul sur $[-6\ ;\ -3] \cup [2\ ;\ 6]$

d) Positif ou nul sur $[2\ ;\ 6]$

Corrigé

Pour déterminer le signe du produit $f(x) \times g(x)$, on lit sur le graphique le signe de $f(x)$ et le signe de $g(x)$.

- Si $f(x)$ et $g(x)$ sont de même signe, alors $f(x) \times g(x) \geq 0$.
- Si $f(x)$ et $g(x)$ sont de signes contraires, alors $f(x) \times g(x) \leq 0$.

f et g sont de même signe négatif sur $[2\ ;\ 6]$.

$\boxed{\text{Réponse d)}}$

Question 9

Un ordre de grandeur de 63×1927 est :

a) 120 000

b) 12 000

c) 1 200 000

d) 1 200

Corrigé

On cherche un ordre de grandeur de :

$$63 \times 1927.$$

On peut arrondir :

$$63 \approx 60 \qquad \text{et} \qquad 1927 \approx 2000.$$

Donc :

$$\begin{aligned} 63 \times 1927 &\approx 60 \times 2000 \\ &\approx 120\,000. \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Réponse a) } 120\,000}$

Question 10

Le prix d'un article a été multiplié par $0,92$. L'article a alors subi une :

a) Baisse de 8%

b) Hausse de 8%

c) Baisse de 0,92%

d) Hausse de 92%

Corrigé

Multiplier un prix par $0,92$ revient à multiplier par :

$$1 - 0,08.$$

Or :

$$0,08 = 8\%.$$

L'article a donc subi une baisse de 8%.

$\boxed{\text{Réponse a) Baisse de } 8\%}$

Question 11

Le tableau ci-dessous résume la répartition des adhérents à un club sportif.

	Tennis	Ping-pong	Foot	Basket	Total
Garçons	30	18	72	42	162
Filles	48	12	40	38	138
Total	78	30	112	80	300

On choisit un élève au hasard dans ce club. La probabilité que l'élève choisi soit un garçon sachant qu'il pratique un sport d'équipe (Foot ou Basket) est :

a) $\dfrac{19}{35}$

b) $\dfrac{19}{34}$

c) $\dfrac{19}{33}$

d) $\dfrac{19}{32}$

Corrigé

On note E l'évènement : « l'élève pratique un sport d'équipe ».
Les sports d'équipe sont le Foot et le Basket.
Le nombre total d'adhérents pratiquant un sport d'équipe est :

$$112 + 80 = 192.$$

Le nombre de garçons pratiquant un sport d'équipe est :

$$72 + 42 = 114.$$

La probabilité cherchée est donc :

$$\begin{aligned} P_E(\text{Garçon}) &= \frac{114}{192} \\ &= \frac{19}{32}. \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Réponse d) } \frac{19}{32}}$$

Question 12

Convertir 20 m/s en km/h.

a) 7,2 km/h

b) 20 km/h

c) 72 km/h

d) 200 km/h

Corrigé

On sait que :

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}.$$

Donc :

$$\begin{aligned} 20 \text{ m/s} &= 20 \times 3,6 \text{ km/h} \\ &= 72 \text{ km/h}. \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Réponse c) 72 km/h}}$

Exercice 2. 4.5 points

1. On considère la fonction g définie sur $[-0,5\,;\,+\infty[$ par

$$g(x) = \mathrm{e}^x - x + \frac{1}{2}.$$

(a) Calculer la dérivée de la fonction g.

Corrigé (0,5 pt)

$$\begin{aligned} g'(x) &= \left(\mathrm{e}^x\right)' - x' + \left(\frac{1}{2}\right)' \\ &= \mathrm{e}^x - 1. \end{aligned}$$

$$\boxed{g'(x) = \mathrm{e}^x - 1}$$

(b) Étudier les variations de la fonction g sur $[-0,5\,;\,+\infty[$.
On dressera le tableau de variations de g.

Corrigé (1 pt)

- Etude du signe (0,5 point)
Pour tout réel x de $[-0,5\,;\,+\infty[$ on a :

$$\begin{aligned} g'(x) \geq 0 &\iff \mathrm{e}^x - 1 \geq 0 \\ &\iff \mathrm{e}^x \geq 1 = \mathrm{e}^0 \\ &\iff \mathrm{e}^x \geq \mathrm{e}^0 \\ &\iff x \geq 0. \end{aligned}$$

Car la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. (non exigible)
Donc :
  - $g'(x) \leq 0$ sur $[-0,5\,;\,0]$;
  - $g'(x) \geq 0$ sur $[0\,;\,+\infty[$.
- (0,5 point) : Tableau de variations

x	-0.5		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$		$\nearrow$	

(c) Démontrer que g est positive pour tout $x \in [-0,5\,;\,+\infty[$.

Corrigé (0,75 pt)

- (0,5) Calcul de l'image de 0 :

$$\begin{aligned} g(0) &= e^0 - 0 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

- (0,25) : d'après le tableau de variations, le minimum de g sur $[-0,5\,;\,+\infty[$ est atteint en $x = 0$.

$$g(0) = \frac{3}{2} > 0$$

Donc :

$$\boxed{\forall x \in [-0,5\,;\,+\infty[, \quad g(x) > 0}$$

2. On considère la fonction f définie sur $[-0,5\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right) e^{-x} + x.$$

On admet que pour tout réel x de cet intervalle :

$$f'(x) = 1 + \left(\frac{1}{2} - x\right) e^{-x}.$$

(a) Vérifier que $f'(x) = e^{-x} g(x)$.

Corrigé (0,75 pt)

$$\begin{aligned} e^{-x} g(x) &= e^{-x}\left(e^x - x + \frac{1}{2}\right) \\ &= 1 - x e^{-x} + \frac{1}{2} e^{-x} \\ &= 1 + \left(\frac{1}{2} - x\right) e^{-x}. \end{aligned}$$

$$\boxed{f'(x) = e^{-x} g(x)}$$

(b) En déduire les variations de la fonction f sur $[-0,5\,;\,+\infty[$.

Corrigé (0,5 pt)

$$f'(x) = e^{-x} g(x)$$

Or pour tout réel x de $[-0,5\,;\,+\infty[$:

- $e^{-x} > 0$
- $g(x) > 0$ d'après question 1c)

Donc :

$$f'(x) > 0$$

f est strictement croissante sur $[-0,5\ ;\ +\infty[$.

3. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

Corrigé (1 pt)

$$f(0) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} f'(0) &= 1 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= f'(0)(x-0) + f(0) \\ &= \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

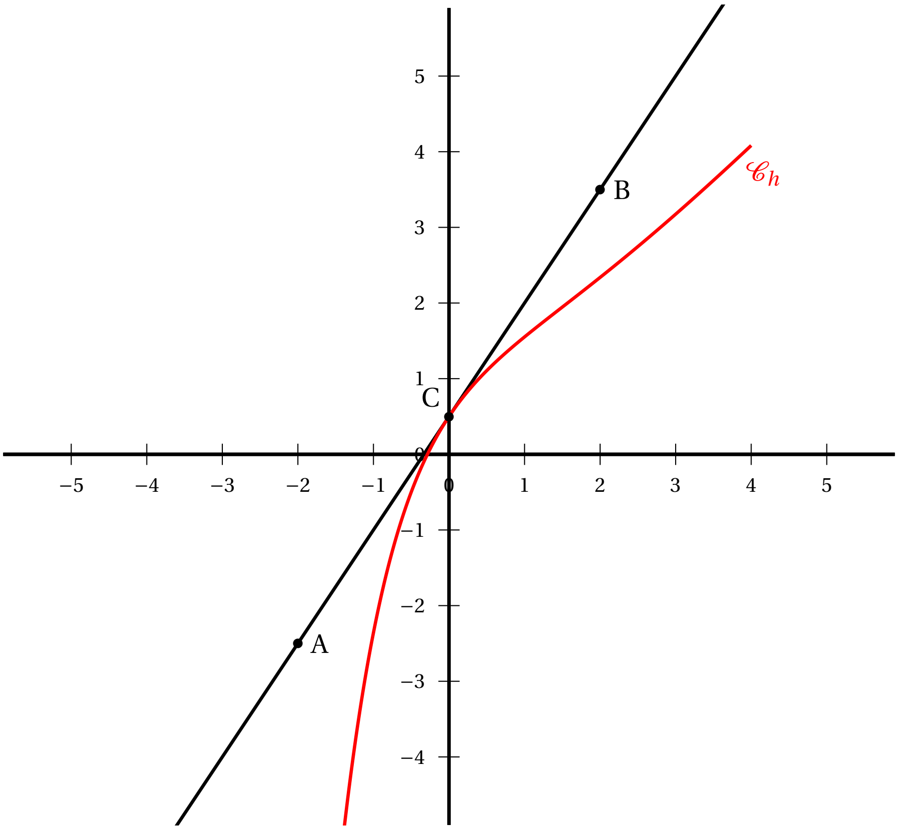
$$\boxed{y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}}$$

Exercice 3. 2.5 points

On considère une fonction h, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Dans le repère orthonormé ci-après figurent :

- la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de la fonction h ;
- les points A et B de coordonnées respectives $(-2\ ;\ -2,5)$ et $(2\ ;\ 3,5)$;
- la droite (AB) tangente à $\mathscr{C}_h$ au point $C(0\ ;\ 0,5)$.



1. Déterminer $h(0)$ et $h'(0)$. Justifier.

Corrigé (0,75 pt)

- (0,25 pt) : Calcul de $h(0)$.

  Le point $C(0\ ;\ 0,5)$ appartient à la courbe représentative $\mathscr{C}_h$.

  Donc $\boxed{h(0) = 0,5}$.
- (0,5 pt) : Calcul de $h'(0)$. La droite (AB) est tangente à $\mathscr{C}_h$ au point C.

  Le nombre dérivé $h'(0)$ est donc égal au coefficient directeur de la droite (AB).

$$\begin{aligned} h'(0) &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \\ &= \frac{3,5-(-2,5)}{2-(-2)} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

  Donc :

$$\boxed{h'(0) = \frac{3}{2}}$$

2. On admet que h est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = (ax+b)\,\mathrm{e}^{-x} + x, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

Montrer que pour tout réel x :

$$h'(x) = (-ax+a-b)\,\mathrm{e}^{-x} + 1.$$

Corrigé (0,75 pt)

Pour tout réel x, on a :

$$h(x) = (ax+b)\,\mathrm{e}^{-x} + x.$$

La fonction h est la somme de la fonction $x \mapsto (ax+b)\,\mathrm{e}^{-x}$ et de la fonction $x \mapsto x$.

On pose :

$$u(x) = ax+b \qquad \text{et} \qquad v(x) = \mathrm{e}^{-x}.$$

Alors :

$$u'(x) = a \qquad \text{et} \qquad v'(x) = -\mathrm{e}^{-x}.$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} h'(x) &= u'(x)\,v(x) + u(x)\,v'(x) + 1 \\ &= a\,\mathrm{e}^{-x} + (ax+b)\left(-\mathrm{e}^{-x}\right) + 1 \\ &= a\,\mathrm{e}^{-x} - ax\,\mathrm{e}^{-x} - b\,\mathrm{e}^{-x} + 1 \\ &= (-ax+a-b)\,\mathrm{e}^{-x} + 1. \end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{h'(x) = (-ax+a-b)\,\mathrm{e}^{-x} + 1}$$

3. En déduire les valeurs de a et b puis l'expression de h.

Corrigé (1 pt)

- (0,5 pt) - Calcul de b : D'après la question 1 :

$$h(0) = 0,5 \qquad \text{et} \qquad h'(0) = \frac{3}{2}.$$

Or :

$$h(x) = (ax+b)\,\mathrm{e}^{-x} + x.$$

Donc :

$$\begin{aligned} h(0) &= (a\times 0 + b)\,\mathrm{e}^{0} + 0 \\ &= b. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$b = 0,5 = \frac{1}{2}.$$

- (0,5 pt) - Calcul de a : De plus :

$$h'(x) = (-ax+a-b)\,\mathrm{e}^{-x} + 1.$$

Donc :

$$\begin{aligned} h'(0) &= (-a \times 0 + a - b)\,\mathrm{e}^{0} + 1 \\ &= a - b + 1. \end{aligned}$$

Comme $h'(0) = \dfrac{3}{2}$ et $b = \dfrac{1}{2}$, on obtient :

$$\begin{aligned} a - \frac{1}{2} + 1 &= \frac{3}{2} \\ a + \frac{1}{2} &= \frac{3}{2} \\ a &= 1. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\boxed{a = 1 \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{2}}$$

- (non noté) On en déduit :

$$\boxed{h(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x} + x}$$

Exercice 4. 7 points

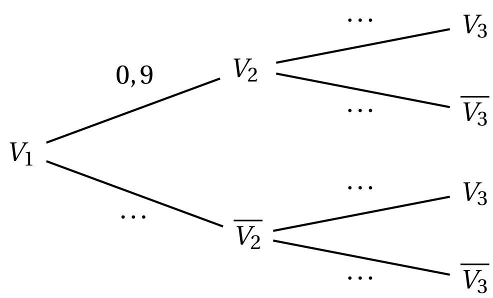
Un étudiant mange tous les jours au restaurant universitaire. Ce restaurant propose des plats végétariens et des plats non végétariens.

- Lorsqu'un jour donné l'étudiant a choisi un plat végétarien, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est $0,9$.
- Lorsqu'un jour donné l'étudiant a choisi un plat non végétarien, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est $0,7$.

Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on note V_n l'évènement « l'étudiant a choisi un plat végétarien le n^{e} jour » et p_n la probabilité de V_n.

Le jour de la rentrée, l'étudiant a choisi le plat végétarien. On a donc $p_1 = 1$.

1. (a) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :

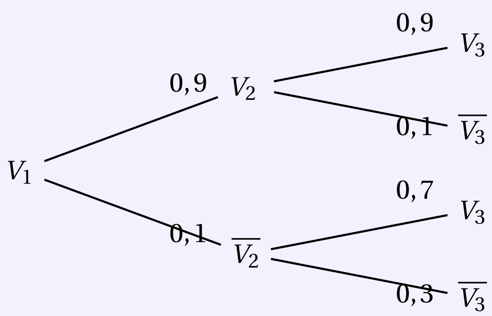


Corrigé (0,5 pt) : arbre sans justification accépté

D'après l'énoncé :

- si l'étudiant choisit un plat végétarien un jour donné, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est $0,9$;
- donc la probabilité qu'il choisisse un plat non végétarien le lendemain est $1 - 0,9 = 0,1$;
- si l'étudiant choisit un plat non végétarien un jour donné, la probabilité qu'il choisisse un plat végétarien le lendemain est $0,7$;
- donc la probabilité qu'il choisisse un plat non végétarien le lendemain est $1 - 0,7 = 0,3$.

L'arbre complété est donc :



(b) Montrer que $p_3 = 0,88$.

Corrigé (1 pt) : 0,25 formule + 0,75

- Justification (non exigible)

  Les événements V_2 et $\overline{V_2}$ forment une partition de l'univers.

  D'après la formule des probabilités totales :
- Calculs

$$\begin{aligned} p_3 &= P(V_3) \\ &= P(V_2 \cap V_3) + P(\overline{V_2} \cap V_3) \\ &= P(V_2) \times P_{V_2}(V_3) + P(\overline{V_2}) \times P_{\overline{V_2}}(V_3) \\ &= 0,9 \times 0,9 + 0,1 \times 0,7 \\ &= 0,81 + 0,07 \end{aligned}$$

$$\boxed{p_3 = 0,88}$$

(c) Sachant que le 3e jour l'étudiant a choisi un plat végétarien, montrer que la probabilité qu'il ait choisi un plat non végétarien le jour précédent est de $\dfrac{7}{88}$.

Corrigé (0,5 pt) : 0,25 formule + 0,25

On cherche :

$$P_{V_3}\left(\overline{V_2}\right).$$

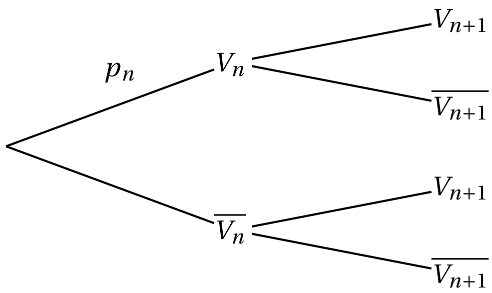
D'après la définition d'une probabilité conditionnelle :

$$\begin{aligned} P_{V_3}\left(\overline{V_2}\right) &= \frac{P\left(\overline{V_2} \cap V_3\right)}{P(V_3)} \\ &= \frac{0,1 \times 0,7}{0,88} \\ &= \frac{0,07}{0,88} \\ &= \frac{7}{88}. \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\boxed{P_{V_3}\left(\overline{V_2}\right) = \frac{7}{88}}$$

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



Corrigé (0,5 pt) : aucune justification demandée

On a :

$$P(V_n) = p_n \qquad \text{et} \qquad P(\overline{V_n}) = 1 - p_n.$$

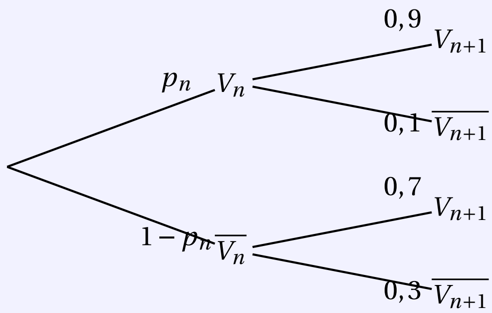
D'après l'énoncé :

$$P_{V_n}(V_{n+1}) = 0,9 \qquad \text{et} \qquad P_{\overline{V_n}}(V_{n+1}) = 0,7.$$

Donc :

$$P_{V_n}(\overline{V_{n+1}}) = 0,1 \qquad \text{et} \qquad P_{\overline{V_n}}(\overline{V_{n+1}}) = 0,3.$$

L'arbre complété est :



3. Justifier que, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

$$p_{n+1} = 0,2p_n + 0,7$$

Corrigé (0,75 pt)

- Justification (non exigible) : juste 2 dernières lignes suffisent
  Les événements V_n et $\overline{V_n}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :
- Calcul :

$$\begin{aligned}
p_{n+1} &= P(V_{n+1}) \\
&= P(V_n \cap V_{n+1}) + P(\overline{V_n} \cap V_{n+1}) \\
&= p_n \times 0,9 + (1 - p_n) \times 0,7 \\
p_{n+1} &= 0,9p_n + 0,7 - 0,7p_n
\end{aligned}$$

$$\boxed{p_{n+1} = 0,2p_n + 0,7}$$

4. Soit (q_n) la suite définie pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

$$q_n = p_n - 0,875$$

(a) Montrer que la suite (q_n) est géométrique. Préciser la raison et le premier terme.

Corrigé (1 pt)

Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on a :

$$q_n = p_n - 0,875.$$

Donc :

$$\begin{aligned} q_{n+1} &= p_{n+1} - 0,875 \\ &= 0,2p_n + 0,7 - 0,875 \\ &= 0,2p_n - 0,175. \end{aligned}$$

Or :

$$0,2 \times 0,875 = 0,175.$$

Donc :

$$\begin{aligned} q_{n+1} &= 0,2p_n - 0,2 \times 0,875 \\ &= 0,2\left(p_n - 0,875\right) \\ &= 0,2q_n. \end{aligned}$$

Ainsi, la suite (q_n) est géométrique de raison $0,2$.

Son premier terme est :

$$\begin{aligned} q_1 &= p_1 - 0,875 \\ &= 1 - 0,875 \\ &= 0,125. \end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{\text{la suite } (q_n) \text{ est géométrique de raison } 0,2 \text{ et de premier terme } q_1 = 0,125}$$

(b) En déduire que pour tout entier naturel non nul :

$$p_n = 0,125 \times 0,2^{n-1} + 0,875$$

Corrigé (0,75 pt)

- (0,5pt) : calcul TG de (q_n)

  La suite (q_n) est géométrique de raison $0,2$ et de premier terme $q_1 = 0,125$.

  Donc, pour tout entier naturel non nul n :

$$\begin{aligned} q_n &= q_1 \times 0,2^{n-1} \\ &= 0,125 \times 0,2^{n-1}. \end{aligned}$$

Or :

$$q_n = p_n - 0,875.$$

- (0,25pt) : calcul TG de (p_n) Donc :

$$p_n - 0,875 = 0,125 \times 0,2^{n-1}$$
$$p_n = 0,125 \times 0,2^{n-1} + 0,875.$$

Ainsi :

$$\boxed{p_n = 0,125 \times 0,2^{n-1} + 0,875}$$

5. Etudier les variations de la suite (p_n).

Corrigé (1 pt)

Pour tout entier naturel non nul n, on a :

$$p_n = 0,125 \times 0,2^{n-1} + 0,875.$$

Calculons $p_{n+1} - p_n$:

$$\begin{aligned} p_{n+1} - p_n &= \left(0,125 \times 0,2^n + 0,875\right) - \left(0,125 \times 0,2^{n-1} + 0,875\right) \\ &= 0,125 \times 0,2^{n-1}\,(0,2-1) \\ &= 0,125 \times 0,2^{n-1} \times (-0,8). \end{aligned}$$

Or :

$$0,125 > 0 \qquad \text{et} \qquad 0,2^{n-1} > 0.$$

Donc :

$$p_{n+1} - p_n < 0.$$

Ainsi :

$$\boxed{\text{la suite } (p_n) \text{ est strictement décroissante.}}$$

6. On cherche à déterminer l'indice du premier terme de la suite qui est inférieur à 0,8755.

   (a) Recopier et compléter les lignes 3, 4 et 6 de l'algorithme de seuil suivant pour qu'il réponde au problème.

```
1 def seuil():
2     n = 1
3     p = 1   # 0,25pt
4     while u >= 0.8755:   # 0,25pt
5         n = n + 1
6         u = 0.2*u + 0.7   # 0,25pt
7     return n
```

Corrigé (0,75 pt)

On initialise avec :

$$n = 1 \qquad \text{et} \qquad p = p_1 = 1.$$

On veut continuer tant que le terme n'est pas strictement inférieur à $0,8755$, donc tant que :

$$p \geq 0,8755.$$

Enfin, la relation de récurrence est :

$$p_{n+1} = 0,2p_n + 0,7.$$

L'algorithme complété est donc celuici-dessus.

(b) On a utilisé une calculatrice pour calculer les premiers termes de la suite (p_n).

A l'aide de cette capture d'écran, donner la valeur renvoyée par la fonction `seuil()` ?

n	u_n
1	1
2	0.9
3	0.88
4	0.876
5	0.8752
6	0.87504
7	0.875008

Corrigé (0,25 pt) : aucune jsutification demandée

On cherche le premier entier n tel que :

$$p_n < 0,8755.$$

D'après les premiers termes :

$$p_1 = 1,$$
$$p_2 = 0,9,$$
$$p_3 = 0,88,$$
$$p_4 = 0,876,$$
$$p_5 = 0,8752.$$

On remarque que :

$$p_4 = 0,876 > 0,8755$$

mais :

$$p_5 = 0,8752 < 0,8755.$$

La première valeur de n pour laquelle $p_n < 0,8755$ est donc $n = 5$.

Ainsi, la fonction `seuil()` renvoie :

$$\boxed{5}$$

Aide

- $0,175 \div 0,2 = 0,875$
- $0,7 - 0,875 = -0,175$

Fin du devoir