

Fiches bilan Seconde

Synthèse des chapitres du cours

MATH 93 .com

Un document pour réviser vite, juste et efficacement.
Définitions essentielles, formules, méthodes, exemples types et pièges classiques.

Mode d'emploi

- Chaque fiche est pensée pour tenir sur une ou deux pages.
- Les encadrés verts contiennent les propriétés à connaître ; les encadrés orange les méthodes à appliquer.
- La dernière fiche propose une synthèse Python : boucles, range et listes.

Table des matières

Fiche 1- Nombres, fractions et calculs	2
Fiche 2- Puissances et notation scientifique	3
Fiche 3- Racines carrées	4
Fiche 4- Intervalles et valeur absolue	5
Fiche 5- Expressions algébriques, équations, inéquations et systèmes	6
Fiche 6- Fonctions : généralités, lecture graphique et parité	7
Fiche 7- Variations et fonctions de référence	8
Fiche 8- Fonctions affines et droites	10
Fiche 9- Vecteurs et quadrilatères	11
Fiche 10- Statistiques	12
Fiche 11- Probabilités et échantillonnage	13
Fiche 12- Pourcentages et évolutions	14
Fiche 13- Trigonométrie : triangle, cercle et radians	15
Fiche 14- Python : boucles, range et listes	17
Fiche 15- Mini-formulaire de seconde	18

Fiche 1

Nombres, fractions et calculs

 \mathbb{Q}, \mathbb{R}

Objectif. Identifier les ensembles de nombres, manipuler les fractions et organiser un calcul.

Définitions - ensembles de nombres

- \mathbb{N} : entiers naturels $0, 1, 2, \dots$
- \mathbb{Z} : entiers relatifs $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$
- \mathbb{Q} : nombres rationnels, c'est-à-dire les quotients $\frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$ et $b \neq 0$.
- \mathbb{R} : ensemble des nombres réels.

Propriétés - calculer avec des fractions

Pour $b, d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad (c \neq 0).$$

Méthodes - rendre une fraction irréductible

1. Décomposer ou repérer un diviseur commun.
2. Diviser le numérateur et le dénominateur par ce même nombre.
3. S'arrêter quand il n'y a plus de diviseur commun autre que 1.

Exemple type - exemple

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}.$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{15}{12} = \frac{23}{12}.$$

Pièges - à éviter

- Additionner séparément les numérateurs et les dénominateurs.
- Diviser par une fraction sans inverser la fraction qui suit le symbole \div .
- Oublier de simplifier quand c'est demandé.

Fiche 2

Puissances et notation scientifique

Objectif. Utiliser les règles de calcul sur les puissances et écrire un nombre en notation scientifique.

 a^n

Définitions - puissances

Pour $n \in \mathbb{N}$:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_n, \quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0).$$

Pour $n \in \mathbb{N}$ et $a \neq 0$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Propriétés - règles de calcul

Pour $a, b \neq 0$:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n},$$

$$(a^m)^n = a^{mn}, \quad (ab)^n = a^n b^n, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Propriétés - notation scientifique

Un nombre positif s'écrit en notation scientifique sous la forme

$$a \times 10^n \quad \text{avec} \quad 1 \leq a < 10 \quad \text{et} \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Exemple type - exemples

$$10^{-3} = 0,001, \quad \text{quad} \quad 3,45 \times 10^6 = 3\,450\,000.$$

$$(2^3)^4 = 2^{12}, \quad \frac{5^7}{5^2} = 5^5.$$

Pièges - à éviter

- Croire que $a^m + a^n = a^{m+n}$: c'est faux.
- Oublier que $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$.

Fiche 3

Racines carrées

Objectif. Connaître la définition, simplifier des racines et supprimer un radical au dénominateur.



Définitions - définition

Pour $a \geq 0$, \sqrt{a} est le nombre positif dont le carré vaut a :

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad \text{et} \quad \sqrt{a} \geq 0.$$

Propriétés - règles de calcul

Pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}.$$

Pour $a \geq 0$ et $b > 0$:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

Attention : en général,

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

Méthodes - simplifier une racine

On cherche un carré parfait dans le radicande.

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}.$$

Méthodes - quantité conjuguée

Pour supprimer une racine dans un dénominateur du type $a + b\sqrt{c}$, on multiplie par la **quantité conjuguée** :

$$(a + b\sqrt{c})(a - b\sqrt{c}) = a^2 - b^2c.$$

Exemple type - enlever une racine au dénominateur

$$\begin{aligned} \frac{2}{1 - \sqrt{2}} &= \frac{2(1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{2(1 + \sqrt{2})}{1 - 2} \\ &= -2(1 + \sqrt{2}). \end{aligned}$$

Exemple type - autres exemples

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}, \quad \sqrt{50} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$

Pièges - à éviter

- Écrire $\sqrt{25} = -5$: la racine carrée est positive.
- Écrire $\sqrt{x^2} = x$ pour tout réel x : en réalité $\sqrt{x^2} = |x|$.

Fiche 4

Intervalles et valeur absolue

Objectif. Lire, écrire et représenter des intervalles ; interpréter la valeur absolue comme une distance.

Définitions - intervalles

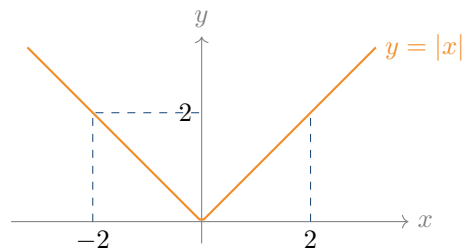
Notation	Signification
$[a; b]$	$a \leq x \leq b$
$]a; b[$	$a < x < b$
$[a; b[$	$a \leq x < b$
$]a; b]$	$a < x \leq b$
$[a; +\infty[$	$x \geq a$
$] -\infty; b]$	$x \leq b$

Définitions - valeur absolue

La valeur absolue de x est la distance de x à 0 sur la droite graduée :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Plus généralement, $|x - a|$ est la distance entre x et a .



Exemple type - équation avec distance

$$|x - 3| = 2$$

signifie que la distance entre x et 3 vaut 2. Donc

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = 5.$$

Pièges - à éviter

- Confondre $[a; b]$ et $]a; b[$.
- Oublier que $|x|$ est toujours positif ou nul.
- Penser que $|x| = a$ n'a qu'une solution : si $a > 0$, il y en a deux.

Fiche 5

Expressions algébriques, équations, inéquations et systèmes

$$(a + b)^2$$

Objectif. Développer, factoriser, résoudre des équations, des inéquations produits et des systèmes par équivalences.

Propriétés - identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

Méthodes - équation produit nul

$$(2x - 3)(x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x = -4.$$

Méthodes - inéquation : méthode

Pour résoudre une inéquation produit ou quotient :

1. on met tout dans un même membre ;
2. on factorise ;
3. on étudie le signe de chaque facteur ;
4. on fait un tableau de signe ;
5. on conclut en respectant strictement le signe demandé.

Exemple type - inéquation avec factorisation

Résoudre : $(2 - 3x)(4x - 5) > (2 - 3x)^2$.

$$(2 - 3x)(4x - 5) > (2 - 3x)^2$$

$$\Leftrightarrow (2 - 3x)(4x - 5) - (2 - 3x)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (2 - 3x)[(4x - 5) - (2 - 3x)] > 0$$

$$\Leftrightarrow (2 - 3x)(7x - 7) > 0$$

$$\Leftrightarrow (2 - 3x)(x - 1) > 0.$$

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$
$2 - 3x$	$+$	0	$-$	$-$
$x - 1$	$-$	$-$	0	$+$
Produit	$-$	0	$+$	$-$

$$\text{Donc } S = \left] \frac{2}{3}; 1 \right[.$$

Méthodes - système : pivot de Gauss

On résout par équivalences en remplaçant une ligne par une combinaison de lignes.

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x = 9 \end{cases} \quad (L_2 \leftarrow L_1 + L_2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2 \times 3 + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1. \end{cases}$$

Pièges - à éviter

- Oublier le double produit dans $(a + b)^2$.
- Diviser par une expression qui peut être nulle sans précaution.
- Résoudre une inéquation produit sans tableau de signe.

Fiche 6

Fonctions : généralités, lecture graphique et parité

 $f(x)$

Objectif. Comprendre la notation $f(x)$, lire images et antécédents, résoudre graphiquement et reconnaître des symétries.

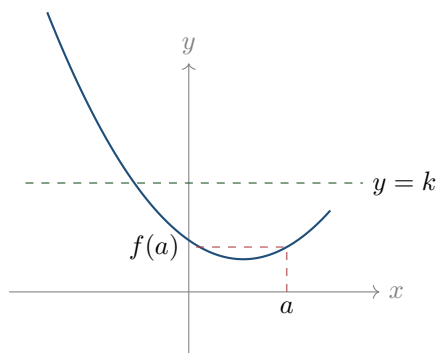
Définitions - fonction

Une fonction f associe à un nombre x de son ensemble de définition un unique nombre $f(x)$.

- x est un antécédent.
- $f(x)$ est l'image de x .

Méthodes - lecture graphique

Pour lire $f(a)$: on part de a sur l'axe des abscisses, on rejoint la courbe, puis on lit l'ordonnée. Pour résoudre $f(x) = k$: on coupe la courbe par la droite horizontale $y = k$.

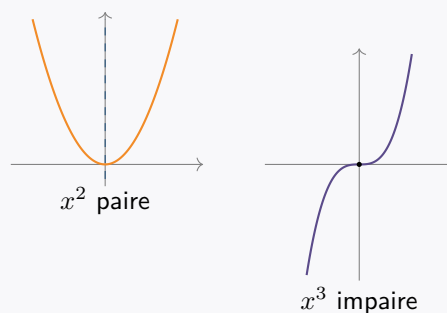


Définitions - parité

L'ensemble de définition doit être symétrique par rapport à 0.

- f est **paire** si, pour tout x , $f(-x) = f(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- f est **impaire** si, pour tout x , $f(-x) = -f(x)$. La courbe est symétrique par rapport à l'origine.

Exemple type - visualiser les symétries



On peut aussi retenir : $|x|$ est paire, car $|-x| = |x|$.

Fiche 7

Variations et fonctions de référence

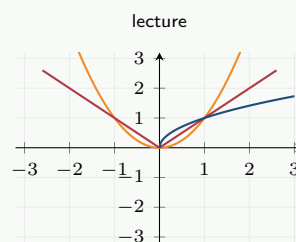
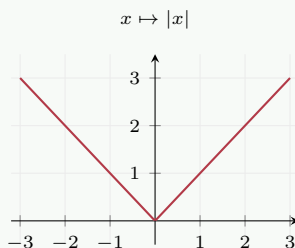
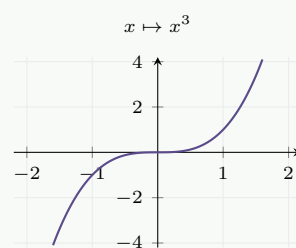
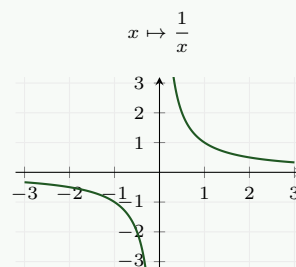
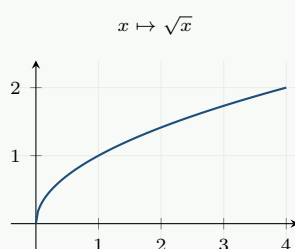
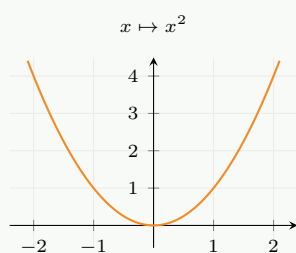
Objectif. Étudier le sens de variation d'une fonction et connaître les courbes et tableaux de variations des fonctions de référence.

Définitions - croissance, décroissance

Sur un intervalle I , une fonction f est :

- croissante si $a < b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$;
- décroissante si $a < b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$.

Propriétés - courbes de référence



Pièges - lecture graphique

La courbe de $x \mapsto \frac{1}{x}$ a deux branches : elle n'est pas définie en 0. La courbe de $x \mapsto \sqrt{x}$ commence en 0 : son domaine est $[0; +\infty[$.

Propriétés - tableaux de variations

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	$+\infty$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow +\infty$

x	0	$+\infty$
\sqrt{x}	0	$\rightarrow +\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	0	$\rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
x^3	$-\infty$	$\rightarrow +\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$ x $	$+\infty$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow +\infty$

Exemple type - application : variations de $2 - \frac{3}{2x+1}$

On considère la fonction f définie sur

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

par :

$$f(x) = 2 - \frac{3}{2x+1}.$$

Étude sur l'intervalle $\left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[$.

Soient a et b deux réels tels que :

$$a < b < -\frac{1}{2}.$$

Alors :

$$\begin{aligned} a < b < -\frac{1}{2} &\implies 2a < 2b < -1 \\ &\implies 2a + 1 < 2b + 1 < 0. \end{aligned}$$

La fonction inverse est décroissante sur $] -\infty; 0[$. On obtient donc :

$$\frac{1}{2a+1} > \frac{1}{2b+1}.$$

En multipliant par -3 , on change le sens de l'inégalité :

$$-\frac{3}{2a+1} < -\frac{3}{2b+1}.$$

Enfin, en ajoutant 2 , on conserve le sens de l'inégalité :

$$2 - \frac{3}{2a+1} < 2 - \frac{3}{2b+1}.$$

Ainsi $f(a) < f(b)$, donc f est croissante sur $\left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[$.

On admet que, par un raisonnement analogue, f est aussi croissante sur $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$

Diagramme de variation : Le tableau ci-dessus illustre les variations de la fonction f . Une double barre est placée à $x = -\frac{1}{2}$. À gauche de cette barre, la fonction est croissante, passant de 2 à $+\infty$. À droite, elle est décroissante, passant de $-\infty$ à 2 .

Pièges - double barre

La double barre dans le tableau de $x \mapsto \frac{1}{x}$ indique que la fonction n'est pas définie en 0 .

Fiche 8

Fonctions affines et droites

$$f(x) = mx + p$$

Objectif. Reconnaître une fonction affine, déterminer son expression et lire une droite dans un repère.

Définitions - fonction affine et droite

Une fonction affine est de la forme

$$f(x) = mx + p$$

Sa représentation graphique est une droite.

- m est le **coefficient directeur**.
- p est l'**ordonnée à l'origine** : c'est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées.

Une droite non verticale a une équation $y = mx + p$. Une droite verticale a une équation $x = c$.

Propriétés - calcul du coefficient directeur

Si la droite passe par $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ avec $x_A \neq x_B$, alors

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Graphiquement, on lit aussi :

$$m = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

Méthodes - déterminer une fonction affine avec deux points

1. Calculer $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
2. Écrire $f(x) = mx + p$.
3. Utiliser un point, par exemple A , avec $y_A = mx_A + p$ pour trouver p .

Exemple type - avec deux points

Soit $A(1; 2)$ et $B(4; 8)$.

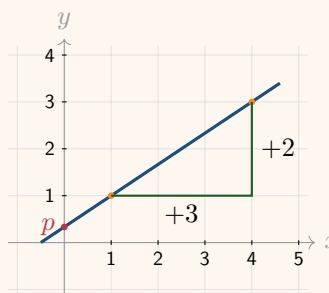
$$m = \frac{8 - 2}{4 - 1} = 2.$$

Donc $f(x) = 2x + p$. Comme A appartient à la droite :

$$2 = 2 \times 1 + p \iff p = 0.$$

Ainsi $f(x) = 2x$.

Méthodes - par lecture graphique



Ici, $m = \frac{2}{3}$ et $p = \frac{1}{3}$.

Propriétés - variations et signe

- Si $m > 0$, f est croissante sur \mathbb{R} .
- Si $m < 0$, f est décroissante sur \mathbb{R} .
- Pour étudier le signe, on résout $mx + p = 0$.

Propriétés - vecteur directeur

Pour une droite d'équation $y = mx + p$, un vecteur directeur est

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

Pour une équation cartésienne $ax + by + c = 0$, un vecteur directeur est

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}.$$

Fiche 9

Vecteurs et quadrilatères

Objectif. Manipuler les vecteurs, leurs coordonnées, la somme de vecteurs, les distances et les quadrilatères usuels.

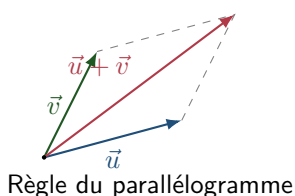
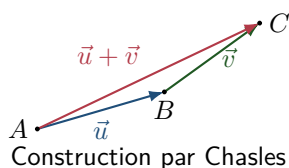
$$\vec{u} + \vec{v}$$

Définitions - vecteur et Chasles

Un vecteur est caractérisé par une direction, un sens et une longueur.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

La relation de Chasles signifie que l'on met les vecteurs **bout à bout**.



Propriétés - coordonnées d'un vecteur

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées

$$I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Propriétés - opérations sur les coordonnées

Si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ et $k \in \mathbb{R}$, alors

$$k\vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$$

Propriétés - distance dans un repère orthonormé

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Propriétés - colinéarité

Deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si

$$xy' - x'y = 0.$$

Définitions - quadrilatères : définitions

- Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.
- Un **rectangle** est un quadrilatère qui possède quatre angles droits. C'est aussi un parallélogramme avec un angle droit.
- Un **losange** est un quadrilatère qui possède quatre côtés de même longueur. C'est aussi un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur.
- Un **carré** est à la fois un rectangle et un losange.

Méthodes - caractérisations utiles : SI ... ALORS ...

Pour démontrer la nature d'un quadrilatère, on utilise des phrases du type :

- **SI** les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu, **ALORS** c'est un parallélogramme.
- **SI** un parallélogramme a un angle droit, **ALORS** c'est un rectangle.
- **SI** un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, **ALORS** c'est un rectangle.
- **SI** un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, **ALORS** c'est un losange.
- **SI** un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, **ALORS** c'est un losange.
- **SI** un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange, **ALORS** c'est un carré.

Fiche 10

Statistiques

 \bar{x}

Objectif. Organiser une série statistique et calculer les indicateurs essentiels.

Définitions - effectifs et fréquences

La fréquence d'une valeur est

$$f = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

Les fréquences peuvent s'exprimer en pourcentage.

Propriétés - moyenne

Pour une série de valeurs x_i avec effectifs n_i :

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$$

La moyenne utilise toutes les valeurs de la série.

Propriétés - médiane et quartiles

On commence toujours par **ordonner** la série.

— La médiane partage une série ordonnée en deux groupes de même effectif.

— Q_1 est le plus petit terme tel qu'au moins 25% des données lui soient inférieures ou égales.

— Q_3 est le plus petit terme tel qu'au moins 75% des données lui soient inférieures ou égales.

Pour un effectif total N , on peut utiliser les rangs :

$$\text{rang de } Q_1 = \left\lceil \frac{N}{4} \right\rceil, \quad \text{rang de } Q_3 = \left\lceil \frac{3N}{4} \right\rceil.$$

Exemple type - exemple de moyenne

Valeur	8	10	15
Effectif	2	3	1

$$\bar{x} = \frac{2 \times 8 + 3 \times 10 + 1 \times 15}{6} = \frac{61}{6} \approx 10,17.$$

Exemple type - exemple : médiane, quartiles et boîte à moustaches

On considère la série ordonnée suivante :

4 6 7 7 8 10 12 13 14 17 20 22.

L'effectif total est $N = 12$.

— Q_1 est la valeur de rang $\left\lceil \frac{12}{4} \right\rceil = 3$: donc $Q_1 = 7$.

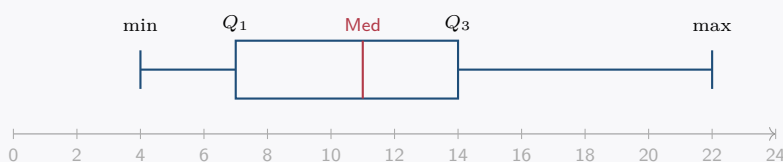
— La médiane est la moyenne des valeurs de rangs 6 et 7 :

$$\text{Med} = \frac{10 + 12}{2} = 11.$$

— Q_3 est la valeur de rang $\left\lceil \frac{3 \times 12}{4} \right\rceil = 9$: donc $Q_3 = 14$.

Ainsi le résumé à cinq nombres est :

min = 4, $Q_1 = 7$, Med = 11, $Q_3 = 14$, max = 22.



Fiche 11

Probabilités et échantillonnage

 $P(A)$

Objectif. Utiliser le vocabulaire des probabilités, calculer des probabilités, lire un arbre pondéré et estimer une proportion.

Définitions - vocabulaire

Une expérience aléatoire a plusieurs issues possibles. L'ensemble des issues est l'univers Ω . Un événement est une partie de Ω .

Propriétés - équiprobabilité

Lorsque toutes les issues ont la même probabilité :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

Propriétés - événement contraire, union, intersection

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Si A et B sont incompatibles, alors $P(A \cap B) = 0$.

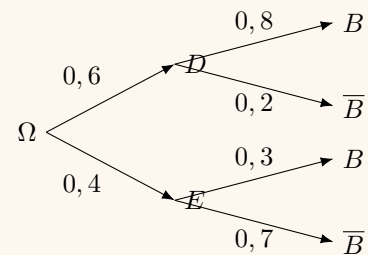
Exemple type - dé équilibré

On lance un dé équilibré à six faces. Soit A : « obtenir un nombre pair ».

$$A = \{2, 4, 6\}, \quad P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Méthodes - arbre pondéré

On choisit au hasard un élève. Il peut être demi-pensionnaire (D) ou externe (E), puis venir en bus (B) ou non (\bar{B}).



La probabilité d'un chemin s'obtient en multipliant les probabilités des branches :

$$P(D \cap B) = 0,6 \times 0,8 = 0,48.$$

Définitions - échantillonnage

Une fréquence observée sur un échantillon permet d'estimer une proportion, mais elle varie d'un échantillon à l'autre.

Fiche 12

Pourcentages et évolutions

Objectif. Calculer une proportion, appliquer un pourcentage et utiliser un coefficient multiplicateur. $k = 1 + t\%$

Définitions - pourcentage

$p\%$ signifie $\frac{p}{100}$. Calculer $p\%$ d'une quantité revient à multiplier par $\frac{p}{100}$.

Propriétés - taux et coefficient multiplicateur

On note $t\%$ le taux d'évolution et k le coefficient multiplicateur.

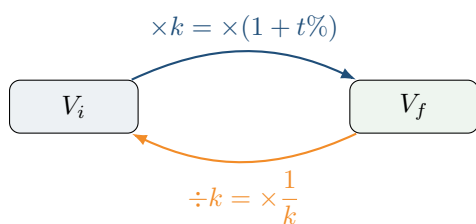
$$k = 1 + t\%$$

$$t\% = k - 1$$

Si V_i est la valeur initiale et V_f la valeur finale :

$$k = \frac{V_f}{V_i}$$

$$t\% = \frac{V_f - V_i}{V_i}$$



Propriétés - tableau de référence

Évolution	$t\%$	k
Hausse de 5%	+0,05	1,05
Hausse de 20%	+0,20	1,20
Baisse de 10%	-0,10	0,90
Baisse de 35%	-0,35	0,65
Multiplié par 1,8	+0,8	1,8
Multiplié par 0,72	-0,28	0,72

Méthodes - retrouver le taux d'évolution

1. Calculer $k = \frac{V_f}{V_i}$.
2. Calculer $t\% = k - 1$.
3. Convertir en pourcentage.

Exemple type - exemples

Un prix de 80 euros augmente de 15% :

$$80 \times 1,15 = 92.$$

Un prix passe de 50 à 42 euros :

$$k = \frac{42}{50} = 0,84, \quad t\% = 0,84 - 1 = -0,16.$$

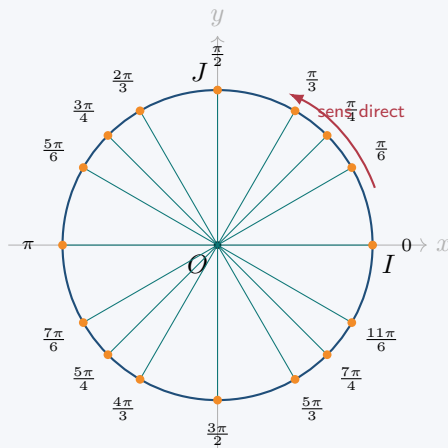
C'est une baisse de 16%.

Fiche 13

Trigonométrie : triangle, cercle et radians π rad

Objectif. Utiliser les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle, convertir degrés/radians et se repérer sur le cercle trigonométrique.

Cercle trigonométrique : angles remarquables

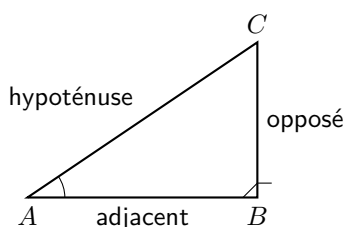


Définitions - dans un triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu \hat{A} :

$$\cos(\hat{A}) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \quad \sin(\hat{A}) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}},$$

$$\tan(\hat{A}) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}.$$



Définitions - cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique est le cercle de centre O , de rayon 1, orienté dans le sens direct. À tout réel x , on associe un point M du cercle tel que

$$M(\cos x ; \sin x).$$

Propriétés - radian et périodicité

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ, \quad \pi \text{ rad} = 180^\circ.$$

Les angles x et $x + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ correspondent au même point du cercle.

Propriétés - valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Propriétés - identité et signes

Pour tout réel x :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

Dans le cercle, $\cos x$ est l'abscisse et $\sin x$ est l'ordonnée du point image.

Propriétés - angles associés

$$\cos(-x) = \cos x, \quad \sin(-x) = -\sin x.$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x, \quad \sin(\pi - x) = \sin x.$$

Propriétés - équations trigonométriques de base

Pour tous réels a et b et pour un entier $k \in \mathbb{Z}$:

$$\cos a = \cos b \iff \begin{cases} a = b + 2k\pi, \\ \text{ou } a = -b + 2k\pi, \end{cases}$$

$$\sin a = \sin b \iff \begin{cases} a = b + 2k\pi, \\ \text{ou } a = \pi - b + 2k\pi. \end{cases}$$

Méthodes - résoudre sur un intervalle

- Placer la valeur cherchée : abscisse pour le cosinus, ordonnée pour le sinus.
- Repérer les points du cercle ayant cette abscisse ou cette ordonnée.
- Garder uniquement les solutions de l'intervalle demandé.

Exemple type - équation trigonométrique

Sur $[0; 2\pi]$, résoudre $\cos x = \frac{1}{2}$ donne

$$x = \frac{\pi}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{5\pi}{3}.$$

Pièges - à éviter

- Utiliser les formules du triangle hors d'un triangle rectangle.
- Confondre degrés et radians : π radians correspond à 180° .
- Oublier qu'une équation trigonométrique peut avoir plusieurs solutions.

Fiche 14

Python : boucles, range et listes

Python

Objectif. Savoir lire et écrire des boucles, utiliser `range` et construire une liste.

Définitions - variables et affectation

En Python, l'affectation utilise le symbole `=`.

```
1 x = 3
2 x = x + 2 # maintenant x vaut 5
```

Le symbole `==` sert à tester une égalité.

Définitions - boucle bornée : for

Une boucle `for` répète un bloc d'instructions un nombre connu de fois.

```
1 for i in range(5):
2     print(i)
```

Affiche : 0, 1, 2, 3, 4. Attention, `range(5)` s'arrête avant 5.

Propriétés - range

Instruction	Valeurs prises
<code>range(4)</code>	0, 1, 2, 3
<code>range(2,6)</code>	2, 3, 4, 5
<code>range(1,8,2)</code>	1, 3, 5, 7

Définitions - boucle conditionnelle : while

Une boucle `while` répète tant qu'une condition est vraie.

```
1 n = 0
2 while n < 5:
3     n = n + 1
4 print(n)
```

Ici, le programme affiche 5.

Définitions - listes

Une liste permet de stocker plusieurs valeurs.

```
1 L = [4, 7, 10]
2 print(L[0]) # affiche 4
3 L.append(13) # ajoute 13 a la fin
```

Les indices commencent à 0.

Exemple type - construire une liste de carrés

```
1 carres = []
2 for k in range(1, 6):
3     carres.append(k**2)
4 print(carres)
```

Le programme affiche [1, 4, 9, 16, 25].

Pièges - à éviter

- Oublier les deux-points : après `for` ou `while`.
- Oublier l'indentation du bloc répété.
- Penser que `range(1,6)` contient 6 : il s'arrête à 5.

Fiche 15

Mini-formulaire de seconde Révisions express

Objectif. Retrouver rapidement les formules à mobiliser avant une évaluation.

Propriétés - calculs

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

$$a^m a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn}.$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad (a, b \geq 0).$$

Propriétés - algèbre

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

Propriétés - géométrie repérée

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}, \quad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

$$I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right).$$

Propriétés - fonctions affines

$$f(x) = mx + p,$$

$m > 0$: croissante ; $m < 0$: décroissante.

$$mx + p = 0 \iff x = -\frac{p}{m} \quad (m \neq 0).$$

Propriétés - probabilités

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A), \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Propriétés - pourcentages

Augmentation de $t\%$: coefficient $1 + \frac{t}{100}$.

Diminution de $t\%$: coefficient $1 - \frac{t}{100}$.