

TD – EXERCICES

Chapitre 4 – TD

Angles et parallélisme

Version corrigée – Version imprimable

Sommaire du TD

I	Vocabulaire des angles	2
II	Angles alternes-internes	6
III	Angles correspondants	12
IV	Somme des angles d'un triangle	18
V	Figures en plusieurs étapes	23
VI	Algorithmique Scratch	26
VII	Now we can talk	28

Objectifs

- Reconnaître la nature d'un angle et utiliser le vocabulaire : angles adjacents, opposés par le sommet, complémentaires, supplémentaires et bissectrice.
- Identifier et nommer avec trois lettres des angles alternes-internes et correspondants.
- Utiliser les propriétés et leurs réciproques pour calculer une mesure ou démontrer un parallélisme.
- Utiliser les propriétés liant parallélisme et perpendicularité.
- Calculer des angles dans un triangle et enchaîner plusieurs propriétés.
- Utiliser des expressions avec des lettres dans des calculs d'angles.
- Lire et interpréter de petits programmes Scratch liés aux angles.

Thème I

Vocabulaire des angles

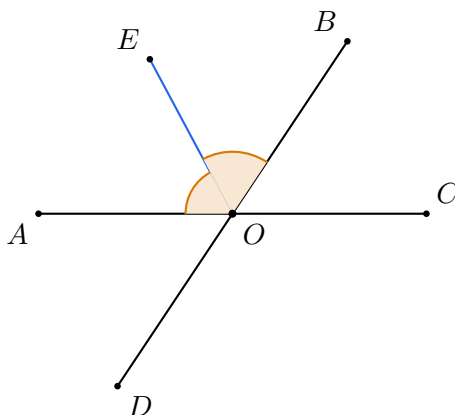
Exercice 1 Vocabulaire et nature des angles

Connaître

Raisonné

Communiquer

On considère la figure suivante. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O et la demi-droite $[OE)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.



1. Nommer un angle opposé par le sommet à $\widehat{AOB}$.
2. Nommer deux angles adjacents de la figure.
3. Que peut-on dire des angles $\widehat{AOE}$ et $\widehat{EOB}$? Justifier.
4. Si $\widehat{AOB} = 124^\circ$, calculer $\widehat{AOE}$ puis $\widehat{COD}$.
5. Donner la nature de l'angle $\widehat{AOB}$ et de l'angle $\widehat{AOE}$.



Corrigé

1. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O . L'angle opposé par le sommet à $\widehat{AOB}$ est $\widehat{COD}$.
2. Par exemple, $\widehat{AOE}$ et $\widehat{EOB}$ ont le même sommet O , le côté $[OE)$ commun et leurs intérieurs sont de part et d'autre de $[OE)$. Ils sont donc adjacents.
3. La demi-droite $[OE)$ est la bissectrice de $\widehat{AOB}$, donc

$$\widehat{AOE} = \widehat{EOB}.$$

4. Comme $[OE)$ est la bissectrice de $\widehat{AOB}$:

$$\widehat{AOE} = \frac{124^\circ}{2}$$

$$\boxed{\widehat{AOE} = 62^\circ}$$

Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet, donc ils ont la même mesure :

$$\boxed{\widehat{COD} = 124^\circ}.$$

5. 124° est compris entre 90° et 180° , donc $\widehat{AOB}$ est obtus. Comme $\widehat{AOE} = 62^\circ$, l'angle $\widehat{AOE}$ est aigu.

Exercice 2 Angles complémentaires et supplémentaires

Connaître

Calculer

Raisonner

1. Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont complémentaires et $\widehat{AOB} = 38^\circ$. Calculer $\widehat{BOC}$.
2. Les angles $\widehat{DEF}$ et $\widehat{FEG}$ sont supplémentaires et $\widehat{DEF} = 116^\circ$. Calculer $\widehat{FEG}$.
3. Deux angles complémentaires $\widehat{HIJ}$ et $\widehat{JIK}$ mesurent respectivement z° et $(z + 24)^\circ$. Calculer z , puis les deux mesures.
4. Deux angles supplémentaires sont-ils obligatoirement adjacents ? Justifier votre réponse.



Corrigé

1. Deux angles complémentaires ont une somme de 90° :

$$\widehat{BOC} = 90^\circ - 38^\circ$$

$$\boxed{\widehat{BOC} = 52^\circ}$$

2. Deux angles supplémentaires ont une somme de 180° :

$$\widehat{FEG} = 180^\circ - 116^\circ$$

$$\boxed{\widehat{FEG} = 64^\circ}$$

3. On a :

$$z + (z + 24) = 90$$

$$2z + 24 = 90$$

$$2z = 66$$

$$\boxed{z = 33}$$

Donc $\widehat{HIJ} = 33^\circ$ et $\widehat{JIK} = 57^\circ$.

4. Non. Les mots complémentaires et supplémentaires concernent uniquement la somme des mesures. L'adjacence n'est pas obligatoire.

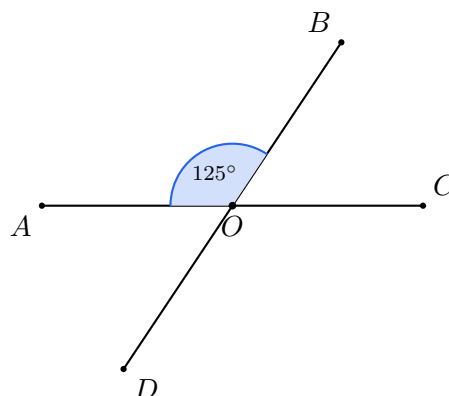
Exercice 3 [!] Bilan Angles opposés par le sommet

Raisonner

Calculer

Communiquer

Les droites (AC) et (BD) se coupent en O . On sait que $\widehat{AOB} = 125^\circ$.



1. Calculer $\widehat{COD}$ et justifier.
2. Calculer $\widehat{BOC}$ et justifier.
3. En déduire $\widehat{AOD}$ sans nouveau calcul.

**Corrigé**

1. Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet, donc ils ont la même mesure :

$$\boxed{\widehat{COD} = 125^\circ}$$

2. Les points A , O et C sont alignés. Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont adjacents et supplémentaires. Donc :

$$\widehat{BOC} = 180^\circ - 125^\circ$$

$$\boxed{\widehat{BOC} = 55^\circ}$$

3. Les angles $\widehat{BOC}$ et $\widehat{AOD}$ sont opposés par le sommet. Ainsi :

$$\boxed{\widehat{AOD} = 55^\circ}$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 4, page 4.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 5, page 5.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 4 **[+] Consolidation** Angles opposés par le sommet

Raisonner

Calculer

Communiquer

Les droites (EG) et (FH) se coupent en I . On sait que $\widehat{EIF} = 68^\circ$.

1. Calculer $\widehat{GIH}$ et justifier.
2. Calculer $\widehat{FIG}$ et justifier.
3. En déduire $\widehat{HIE}$ sans nouveau calcul.

**Corrigé**

1. $\widehat{EIF}$ et $\widehat{GIH}$ sont opposés par le sommet, donc $\boxed{\widehat{GIH} = 68^\circ}$.

2. Les points E , I et G sont alignés. Donc :

$$\widehat{FIG} = 180^\circ - 68^\circ$$

$$\boxed{\widehat{FIG} = 112^\circ}$$

3. $\widehat{FIG}$ et $\widehat{HIE}$ sont opposés par le sommet, donc $\boxed{\widehat{HIE} = 112^\circ}$.

Exercice 5 [*] **Approfondissement Angles supplémentaires avec une inconnue**

Raisonner

Calculer

Les points A , O et C sont alignés. La demi-droite $[OB)$ est située dans le même demi-plan que la figure et :

$$\widehat{AOB} = (x + 18)^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{BOC} = (x + 42)^\circ.$$

1. Expliquer pourquoi $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont supplémentaires.
2. Calculer x .
3. Calculer les deux mesures d'angles et vérifier le résultat.

**Corrigé**

1. Les points A , O et C sont alignés. Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont adjacents et forment l'angle plat $\widehat{AOC}$. Ils sont donc supplémentaires.

2. On a :

$$(x + 18) + (x + 42) = 180$$

$$2x + 60 = 180$$

$$2x = 120$$

$$\boxed{x = 60}$$

3. $\widehat{AOB} = 78^\circ$ et $\widehat{BOC} = 102^\circ$. On vérifie : $78^\circ + 102^\circ = 180^\circ$.

Thème II

Angles alternes-internes

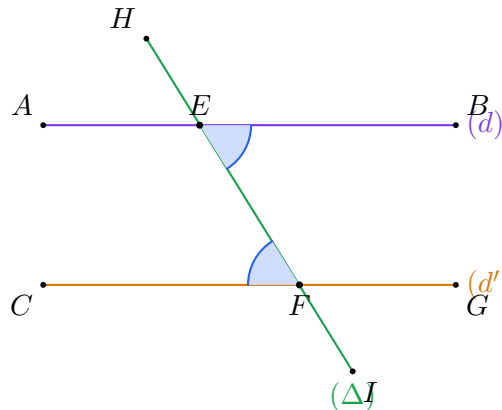
Exercice 6 Reconnaître des angles alternes-internes

Connaître

Représenter

Communiquer

Les droites (AB) et (CG) sont coupées par la sécante (HI) en E et F .



1. Nommer avec trois lettres les deux angles coloriés.
2. Expliquer pourquoi ces deux angles sont alternes-internes.
3. Donner deux mesures possibles de ces angles permettant de conclure que $(d) \parallel (d')$.
4. Donner deux mesures possibles permettant au contraire de conclure que (d) et (d') ne sont pas parallèles.



Corrigé

1. Les deux angles coloriés sont $\widehat{BEF}$ et $\widehat{EFC}$.
2. Ils sont situés entre les deux droites (d) et (d') et de part et d'autre de la sécante (Δ) . Ils sont donc alternes-internes.
3. Par exemple, si $\widehat{BEF} = 48^\circ$ et $\widehat{EFC} = 48^\circ$, les angles alternes-internes ont la même mesure ; d'après la réciproque, $(d) \parallel (d')$.
4. Par exemple, si $\widehat{BEF} = 48^\circ$ et $\widehat{EFC} = 50^\circ$, ils n'ont pas la même mesure. Les droites ne peuvent donc pas être parallèles.

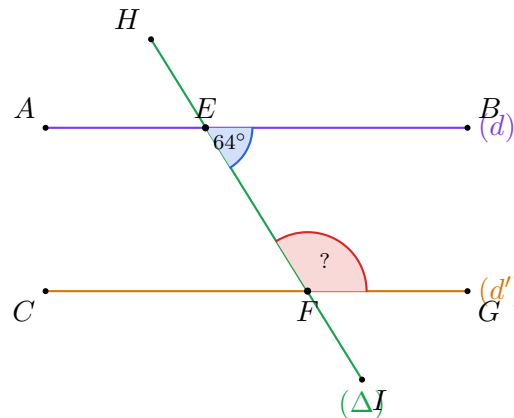
Exercice 7 Utiliser des angles alternes-internes

Raisonner

Calculer

Communiquer

On suppose que $(d) \parallel (d')$. Les points C , F et G sont alignés et $\widehat{BEF} = 64^\circ$.



1. Calculer $\widehat{EFC}$ en justifiant la propriété utilisée.
2. En déduire $\widehat{EFG}$.
3. La mesure de $\widehat{EFG}$ aurait-elle pu être obtenue directement par une propriété d'angles correspondants ? Justifier.



Corrigé

1. Comme $(d) \parallel (d')$, les angles alternes-internes $\widehat{BEF}$ et $\widehat{EFC}$ ont la même mesure. Donc $\widehat{EFC} = 64^\circ$.
2. Les points C , F et G sont alignés. Les angles $\widehat{EFC}$ et $\widehat{EFG}$ sont adjacents et supplémentaires :

$$\widehat{EFG} = 180^\circ - 64^\circ$$

$$\widehat{EFG} = 116^\circ$$

3. Non. L'angle correspondant à $\widehat{BEF}$ est placé dans la même position relative au second point d'intersection ; $\widehat{EFG}$ n'est pas cet angle. Ici, on utilise d'abord les alternes-internes puis des angles supplémentaires.

Exercice 8 **[!] Bilan Angles alternes-internes**

Raisonnement

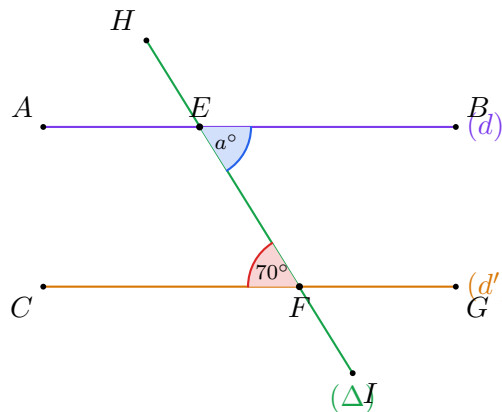
Calculer

Communiquer

Les droites (d) et (d') sont coupées par la sécante (Δ) . Les points A, E, B sont alignés, les points C, F, G sont alignés et les points H, E, F, I sont alignés.

On sait que

$$\widehat{EFC} = 70^\circ.$$



1. Que dire des angles $\widehat{BEF}$ et $\widehat{EFC}$?
2. Peut-on, avec les seules informations données, affirmer que $(d) \parallel (d')$? Justifier.
3. On suppose que $\widehat{BEF} = 69,99^\circ$. Que peut-on dire des droites (d) et (d') ?
4. On suppose maintenant que $(d) \parallel (d')$. Calculer $\widehat{BEF}$ en justifiant.
5. Dans cette dernière situation, on sait aussi que $\widehat{BEF} = (3x + 10)^\circ$. Calculer x .


Corrigé

1. Les angles $\widehat{BEF}$ et $\widehat{EFC}$ sont situés entre les deux droites et de part et d'autre de la sécante : ils sont alternes-internes.
2. Non. On connaît seulement $\widehat{EFC} = 70^\circ$; la mesure de $\widehat{BEF}$ n'est pas donnée. On ne peut donc pas utiliser la réciproque.
3. On aurait $\widehat{BEF} = 69,99^\circ \neq 70^\circ = \widehat{EFC}$. Si les droites étaient parallèles, ces angles alternes-internes seraient de même mesure. Donc (d) et (d') ne sont pas parallèles.
4. Comme $(d) \parallel (d')$, les angles alternes-internes ont la même mesure :

$$\boxed{\widehat{BEF} = 70^\circ}.$$

5. On a :

$$3x + 10 = 70$$

$$3x = 60$$

$$\boxed{x = 20}$$

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 9, page 10.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 10, page 10.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 9 [+] Consolidation Angles alternes-internes

Raisonnement

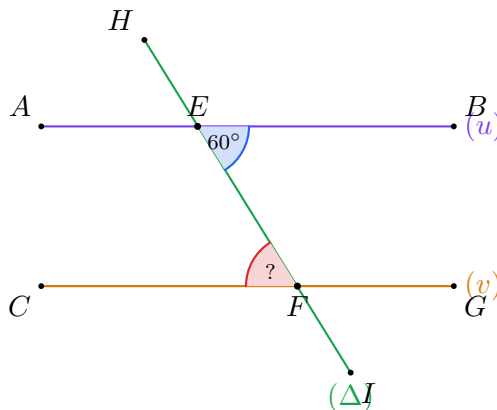
Calculer

Communiquer

Les droites (u) et (v) sont coupées par la sécante (Δ) . Les points A, E, B sont alignés, les points C, F, G sont alignés et les points H, E, F, I sont alignés.

On sait que

$$\widehat{BEF} = 60^\circ.$$



1. Que dire des angles $\widehat{BEF}$ et $\widehat{EFC}$?
2. Peut-on, avec les seules informations données, affirmer que $(u) \parallel (v)$? Justifier.
3. On suppose que $\widehat{EFC} = 60^\circ$. Que peut-on dire des droites (u) et (v) ?
4. On suppose maintenant que $(u) \parallel (v)$. Calculer $\widehat{EFC}$ en justifiant.
5. Dans cette dernière situation, on sait aussi que $\widehat{EFC} = (2x + 20)^\circ$. Calculer x .



Corrigé

1. $\widehat{BEF}$ et $\widehat{EFC}$ sont alternes-internes.
2. Non. On ne connaît pas encore la mesure de $\widehat{EFC}$.
3. Les deux angles alternes-internes ont la même mesure, donc, d'après la réciproque, $\boxed{(u) \parallel (v)}$.
4. Comme $(u) \parallel (v)$, les angles alternes-internes ont la même mesure : $\boxed{\widehat{EFC} = 60^\circ}$.
- 5.

$$2x + 20 = 60$$

$$2x = 40$$

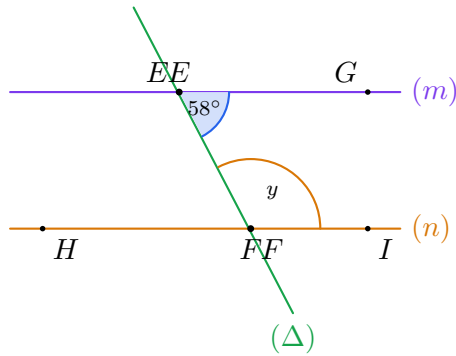
$$\boxed{x = 20}$$

Exercice 10 [*] Approfondissement Angles alternes-internes

Raisonnement

Calculer

On suppose que $(m) \parallel (n)$. On a $\widehat{FEG} = 58^\circ$ et $\widehat{IFE} = y^\circ$.



Calculer la mesure de l'angle $\widehat{IFE}$.



Corrigé

Les angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{EFH}$ sont alternes-internes.

Comme les droites (m) et (n) sont parallèles, ces deux angles ont la même mesure. Donc :

$$\widehat{EFH} = 58^\circ.$$

Les angles $\widehat{EFH}$ et $\widehat{IFE}$ sont supplémentaires, car ils forment un angle plat sur la droite (n) . Ainsi :

$$\widehat{IFE} = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ.$$

Donc :

$$\boxed{\widehat{IFE} = 122^\circ}.$$

Thème III

Angles correspondants

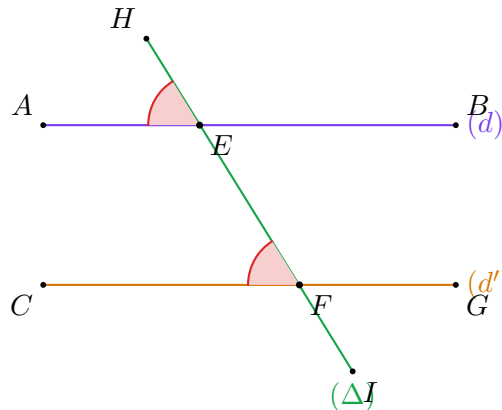
Exercice 11 Reconnaître des angles correspondants

Connaître

Représenter

Communiquer

Les droites (AB) et (CG) sont coupées par la sécante (HI) en E et F .



1. Nommer avec trois lettres les deux angles coloriés.
2. Expliquer pourquoi ils sont correspondants.
3. Quelle condition sur leurs mesures permet de démontrer que $(d) \parallel (d')$?
4. Nommer une autre paire d'angles correspondants de la figure.



Corrigé

1. Les angles coloriés sont $\widehat{AEH}$ et $\widehat{EFC}$.
2. Ils occupent la même position par rapport aux deux droites et à la sécante ; ce sont des angles correspondants.
3. Si $\widehat{AEH} = \widehat{EFC}$, alors, d'après la réciproque de la propriété des angles correspondants, $(d) \parallel (d')$.
4. Par exemple, $\widehat{BEH}$ et $\widehat{GFE}$ sont correspondants.

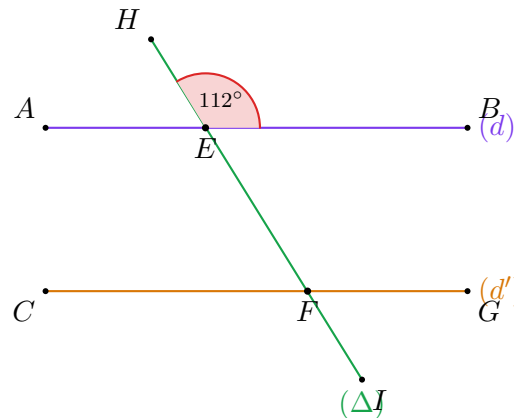
Exercice 12 Utiliser des angles correspondants

Raisonner

Calculer

Communiquer

On suppose que $(d) \parallel (d')$. Les points A , E et B sont alignés et on sait que $\widehat{BEH} = 112^\circ$.



1. Calculer $\widehat{AEH}$.
2. En utilisant les angles correspondants, calculer $\widehat{EFC}$.
3. En déduire $\widehat{EFG}$.



Corrigé

1. Les points A , E , B sont alignés. Donc $\widehat{AEH}$ et $\widehat{HEB}$ sont supplémentaires, avec $\widehat{HEB} = 112^\circ$:

$$\widehat{AEH} = 180^\circ - 112^\circ$$

$$\boxed{\widehat{AEH} = 68^\circ}$$

2. Comme $(d) \parallel (d')$, les angles correspondants $\widehat{AEH}$ et $\widehat{EFC}$ ont la même mesure. Donc $\boxed{\widehat{EFC} = 68^\circ}$.

3. Les points C , F , G sont alignés :

$$\widehat{EFG} = 180^\circ - 68^\circ$$

$$\boxed{\widehat{EFG} = 112^\circ}$$

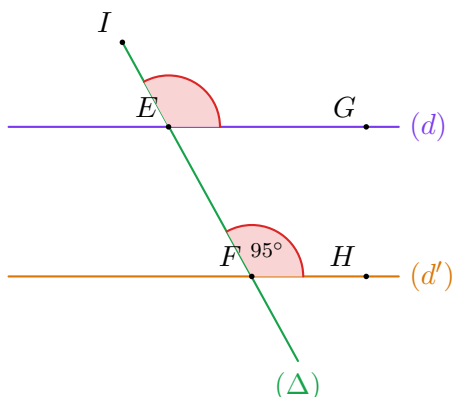
Exercice 13 [!] **Bilan Angles correspondants**

Raisonnement

Calculer

Communiquer

On suppose que $(d) \parallel (d')$. On a $\widehat{GEI} = 2z + 15^\circ$ et $\widehat{HFE} = 95^\circ$.



- Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GEI}$. Justifier.
- En déduire z .


Corrigé

- Les angles $\widehat{GEI}$ et $\widehat{HFE}$ sont correspondants.

Comme les droites (d) et (d') sont parallèles, ces deux angles ont la même mesure. Donc :

$$\widehat{GEI} = \widehat{HFE} = 95^\circ.$$

Ainsi, $\boxed{\widehat{GEI} = 95^\circ}$.

- On sait que :

$$\widehat{GEI} = 2z + 15^\circ.$$

Donc :

$$2z + 15 = 95 \quad \Longleftrightarrow \quad 2z = 80 \quad \Longleftrightarrow \quad z = 40.$$

Ainsi, $\boxed{z = 40}$.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 14, page 14.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 15, page 15.

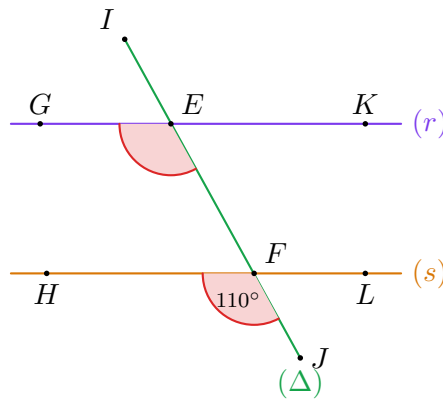
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 14 [+] **Consolidation Angles correspondants**

Raisonnement

Calculer

On suppose que $(r) \parallel (s)$. On a $\widehat{GEF} = 4u - 10^\circ$ et $\widehat{HFI} = 110^\circ$.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GEF}$. Justifier.
2. En déduire u .

**Corrigé**

1. Les angles $\widehat{GEF}$ et $\widehat{HFL}$ sont correspondants.

Comme les droites (r) et (s) sont parallèles, ces deux angles ont la même mesure. Donc :

$$\widehat{GEF} = \widehat{HFL} = 110^\circ.$$

Ainsi :

$$\boxed{\widehat{GEF} = 110^\circ}.$$

2. On sait que :

$$\widehat{GEF} = 4u - 10^\circ.$$

Donc :

$$4u - 10 = 110 \quad \Longleftrightarrow \quad 4u = 120 \quad \Longleftrightarrow \quad u = 30.$$

Ainsi :

$$\boxed{u = 30}.$$

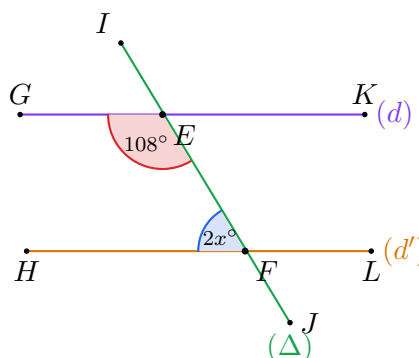
Exercice 15 **[*] Approfondissement Angles correspondants****Raisonner****Calculer****Communiquer**

Les droites (d) et (d') sont coupées par la sécante (Δ) . Les points G, E, K sont alignés, les points H, F, L sont alignés et les points I, E, F, J sont alignés.

On sait que

$$\widehat{FEG} = 108^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{HFE} = (2x)^\circ.$$

Déterminer x pour que les droites (d) et (d') soient parallèles.





Corrigé

Pour que (d) et (d') soient parallèles, les angles correspondants $\widehat{FEG}$ et $\widehat{JFH}$ doivent avoir la même mesure. Il faut donc :

$$\widehat{JFH} = 108^\circ.$$

Les points E , F et J sont alignés. Les angles $\widehat{HFE}$ et $\widehat{JFH}$ sont adjacents et supplémentaires. Ainsi :

$$\widehat{HFE} = 180^\circ - 108^\circ$$

$$\boxed{\widehat{HFE} = 72^\circ}$$

Or $\widehat{HFE} = (2x)^\circ$, donc :

$$2x = 72$$

$$\boxed{x = 36}$$

Ainsi, pour $\boxed{x = 36}$, les angles correspondants $\widehat{FEG}$ et $\widehat{JFH}$ ont la même mesure ; d'après la réciproque, les droites (d) et (d') sont parallèles.

Exercice 16 Parallélisme et perpendicularité

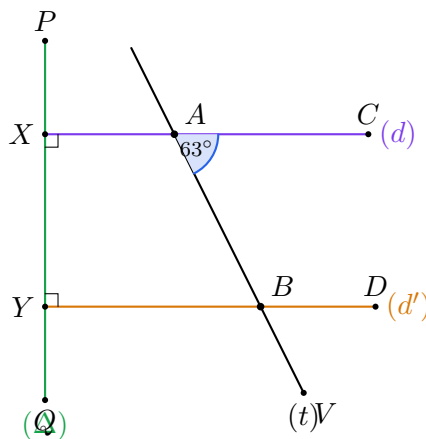
Raisonner

Calculer

Communiquer

Les droites (d) et (d') sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (Δ) . La sécante (t) coupe (d) en A et (d') en B . Le point V appartient à (t) , au-delà de B .

On donne $\widehat{CAB} = 63^\circ$.



1. Démontrer que $(d) \parallel (d')$.
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DBV}$.



Corrigé

1. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles. Comme $(d) \perp (\Delta)$ et $(d') \perp (\Delta)$, on obtient :

$$\boxed{(d) \parallel (d')}.$$

2. Les droites (d) et (d') sont parallèles et (t) est une sécante. Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{DBV}$ sont corres-

pondants ; ils ont donc la même mesure :

$$\widehat{DBV} = 63^\circ.$$

Thème IV

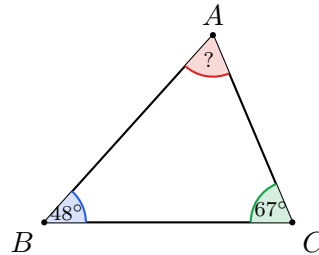
Somme des angles d'un triangle

Exercice 17 Somme des angles d'un triangle

Connaître

Calculer

Dans le triangle ABC , on a $\widehat{ABC} = 48^\circ$ et $\widehat{ACB} = 67^\circ$.



1. Quelle est la somme des angles d'un triangle ?
2. Calculer $\widehat{BAC}$.
3. Calculer l'angle supplémentaire de $\widehat{BAC}$.



Corrigé

1. La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .
2. Dans le triangle ABC , on a :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ.$$

Donc :

$$\widehat{BAC} + 48^\circ + 67^\circ = 180^\circ$$

puis :

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - 48^\circ - 67^\circ = 65^\circ.$$

Ainsi, $\boxed{\widehat{BAC} = 65^\circ}$.

3. L'angle supplémentaire de $\widehat{BAC}$ mesure :

$$180^\circ - 65^\circ = 115^\circ.$$

Il mesure donc $\boxed{115^\circ}$.

Exercice 18 Triangle avec une inconnue

Raisonner

Calculer

Dans le triangle ABC , on sait que :

$$\widehat{ABC} = x^\circ, \quad \widehat{BCA} = (x + 20)^\circ, \quad \widehat{CAB} = 70^\circ.$$

1. Ecrire l'égalité qui traduit la somme des angles du triangle ABC .
2. Calculer x .
3. Donner les mesures des trois angles et vérifier leur somme.



Corrigé

1. Dans un triangle, la somme des angles vaut 180° :

$$x + (x + 20) + 70 = 180.$$

- 2.

$$x + (x + 20) + 70 = 180$$

$$2x + 90 = 180$$

$$2x = 90$$

$$\boxed{x = 45}$$

3. $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{BCA} = 65^\circ$ et $\widehat{CAB} = 70^\circ$. On vérifie : $45 + 65 + 70 = 180$.

Exercice 19 [!] Bilan Somme des angles

Raisonner

Calculer

Communiquer

Dans un triangle MNP , on sait que $\widehat{MNP} = 3x + 5^\circ$, $\widehat{MPN} = 2x + 10^\circ$ et $\widehat{NMP} = 65^\circ$.

1. Ecrire une égalité permettant de calculer x .
2. Calculer x .
3. Calculer les mesures des trois angles.
4. Rédiger la propriété utilisée.



Corrigé

1. Dans le triangle MNP , la somme des angles vaut 180° . Donc :

$$(3x + 5) + (2x + 10) + 65 = 180.$$

2. On résout :

$$(3x + 5) + (2x + 10) + 65 = 180 \iff 5x + 80 = 180 \iff 5x = 100 \iff x = 20.$$

Donc $\boxed{x = 20}$.

3. Les trois angles mesurent :

$$\widehat{MNP} = 3 \times 20 + 5 = 65^\circ,$$

$$\widehat{MPN} = 2 \times 20 + 10 = 50^\circ,$$

et

$$\widehat{NMP} = 65^\circ.$$

4. Propriété utilisée : dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 20, page 21.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 21, page 21.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 20 **[+] Consolidation Somme des angles**

Raisonnement

Calculer

Communiquer

Dans un triangle RST , on sait que

$$\widehat{RST} = (2y + 10)^\circ, \quad \widehat{RTS} = (3y + 5)^\circ, \quad \widehat{SRT} = 65^\circ.$$

1. Ecrire une égalité permettant de calculer y .
2. Calculer y .
3. Calculer les mesures des trois angles.
4. Rédiger la propriété utilisée.

**Corrigé**

$$1. (2y + 10) + (3y + 5) + 65 = 180.$$

2.

$$5y + 80 = 180$$

$$5y = 100$$

$$y = 20$$

$$3. \widehat{RST} = 50^\circ, \widehat{RTS} = 65^\circ \text{ et } \widehat{SRT} = 65^\circ.$$

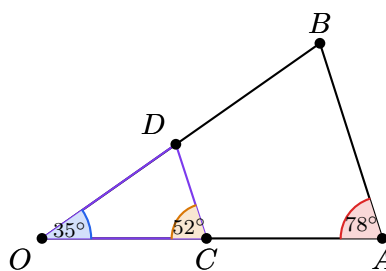
4. Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .

Exercice 21 **[*] Approfondissement Plusieurs triangles**

Raisonnement

Calculer

Deux triangles partagent un angle de 35° . Dans le premier triangle, un autre angle mesure 78° . Dans le second, un autre angle mesure 52° .



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ODC}$.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OBA}$.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DCA}$.

**Corrigé**

1. Dans le triangle OCD , on a :

$$\widehat{COD} = 35^\circ \text{ et } \widehat{OCD} = 52^\circ.$$

Donc :

$$\widehat{ODC} = 180^\circ - 35^\circ - 52^\circ = 93^\circ.$$

Ainsi, $\boxed{\widehat{ODC} = 93^\circ}$.

2. Dans le triangle OAB , on a :

$$\widehat{AOB} = 35^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{OAB} = 78^\circ.$$

Donc :

$$\widehat{OBA} = 180^\circ - 35^\circ - 78^\circ = 67^\circ.$$

Ainsi, $\boxed{\widehat{OBA} = 67^\circ}$.

3. Les points O , D et B sont alignés. Les angles $\widehat{ODC}$ et $\widehat{CDB}$ sont donc supplémentaires.

$$\widehat{CDB} = 180^\circ - \widehat{ODC} = 180^\circ - 93^\circ = 87^\circ.$$

Ainsi, $\boxed{\widehat{CDB} = 87^\circ}$.

4. Les points O , C et A sont alignés. Les angles $\widehat{OCD}$ et $\widehat{DCA}$ sont donc supplémentaires.

$$\widehat{DCA} = 180^\circ - \widehat{OCD} = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ.$$

Ainsi, $\boxed{\widehat{DCA} = 128^\circ}$.

Thème V

Figures en plusieurs étapes

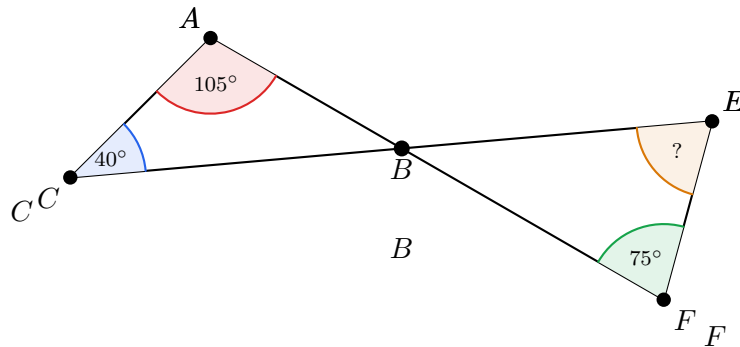
Exercice 22 Figure à plusieurs étapes

Raisonner

Calculer

Communiquer

Dans la figure, B est le point d'intersection de deux droites. On donne $\widehat{CAB} = 105^\circ$, $\widehat{ACB} = 40^\circ$ et $\widehat{BFE} = 75^\circ$ dans le triangle de droite.



Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BEF}$.



Corrigé

Dans le triangle ABC , la somme des angles vaut 180° . Donc :

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - 105^\circ - 40^\circ = 35^\circ.$$

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EBF}$ sont opposés par le sommet. Ils ont donc la même mesure :

$$\widehat{EBF} = 35^\circ.$$

Dans le triangle BEF , on a alors :

$$\widehat{BEF} = 180^\circ - \widehat{EBF} - \widehat{BFE}.$$

Donc :

$$\widehat{BEF} = 180^\circ - 35^\circ - 75^\circ = 70^\circ.$$

Ainsi :

$$\boxed{\widehat{BEF} = 70^\circ}.$$

Exercice 23 [*] **Figure à plusieurs étapes**

Raisonner

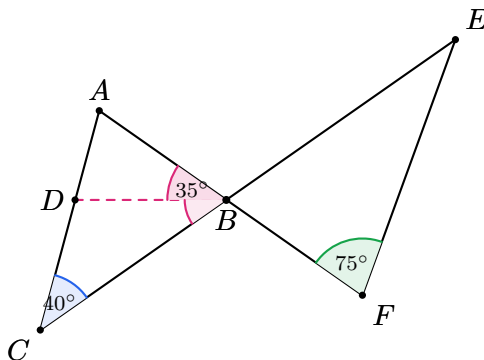
Calculer

Communiquer

Dans la figure à main levée suivante, B est le point d'intersection des droites (AF) et (EC) .

Le point D appartient au segment $[AC]$ et la demi-droite $[BD)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, c'est à dire qu'elle partage cet angle en deux angles de même mesure.

On donne $\widehat{ABD} = 35^\circ$, $\widehat{ACB} = 40^\circ$ et $\widehat{BFE} = 75^\circ$.



1. a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{EBF}$.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BEF}$.
3. Les droites (AC) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier.


Corrigé

1. a. La demi-droite $[BD)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.

Donc :

$$\widehat{ABD} = \widehat{DBC} = 35^\circ.$$

Ainsi :

$$\widehat{ABC} = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ.$$

Donc $\boxed{\widehat{ABC} = 70^\circ}$.

- b. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EBF}$ sont opposés par le sommet. Ils ont donc la même mesure.

Ainsi :

$$\boxed{\widehat{EBF} = 70^\circ}.$$

2. Dans le triangle BEF , la somme des angles vaut 180° . Donc :

$$\widehat{BEF} = 180^\circ - 70^\circ - 75^\circ = 35^\circ.$$

Ainsi :

$$\boxed{\widehat{BEF} = 35^\circ}.$$

3. On compare les angles formés par la sécante (EC) avec les droites (AC) et (EF) :

$$\widehat{ACB} = 40^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{BEF} = 35^\circ.$$

Ces deux angles ne sont pas égaux. Les droites (AC) et (EF) ne sont donc pas parallèles.

Exercice 24 Une figure avec parallèles

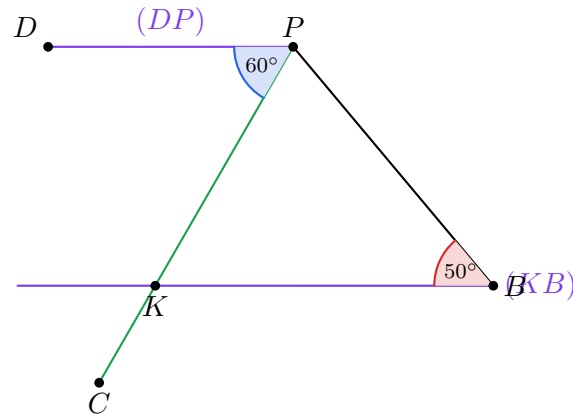
Raisonner

Calculer

Communiquer

Dans la figure ci-dessous, les droites (DP) et (KB) sont parallèles. Les points P , K et C sont alignés. On donne

$$\widehat{DPC} = 60^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{PBK} = 50^\circ.$$



1. Calculer $\widehat{PKB}$ en justifiant.
2. En déduire $\widehat{BPK}$.



Corrigé

1. Comme $(DP) \parallel (KB)$ et que (PK) est une sécante, les angles $\widehat{DPC}$ et $\widehat{PKB}$ sont alternes-internes. Ils ont la même mesure : $\boxed{\widehat{PKB} = 60^\circ}$.
2. Dans le triangle PBK :

$$\begin{aligned} \widehat{BPK} &= 180^\circ - \widehat{PKB} - \widehat{PBK} \\ &= 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ \end{aligned}$$

$$\boxed{\widehat{BPK} = 70^\circ}$$

Thème VI

Algorithmique Scratch

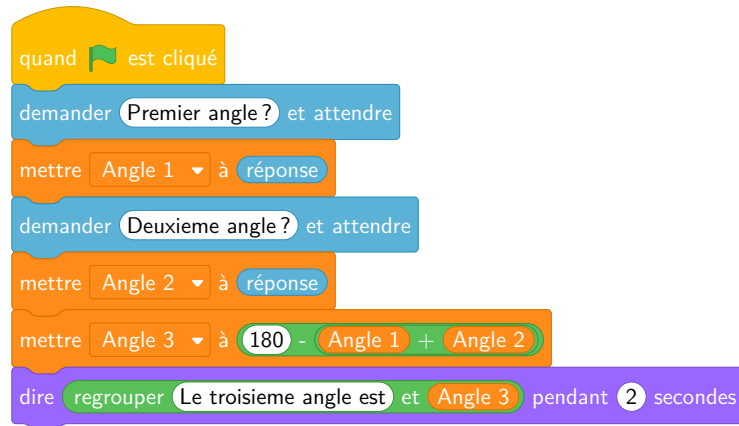
Exercice 25 Scratch : somme des angles d'un triangle

Modéliser

Calculer

Raisonnement

On considère le programme Scratch suivant.



1. Expliquer pourquoi l'instruction qui calcule *Angle 3* traduit la propriété du cours.
2. Quel résultat affiche le programme si *Angle 1* = 47 et *Angle 2* = 68 ?
3. Le programme affiche 55. Si *Angle 1* = 72, quelle valeur a-t-on saisie pour *Angle 2* ?
4. Peut-on saisir 100 puis 95 pour obtenir les angles d'un triangle ? Expliquer sans exécuter le programme.



Corrigé

1. Dans un triangle, la somme des trois angles vaut 180° . Donc le troisième angle vaut $180^\circ - (\text{Angle 1} + \text{Angle 2})$.
2. $180 - (47 + 68) = 65$. Le programme affiche 65.
3. On doit avoir $72 + \text{Angle 2} + 55 = 180$, donc $\text{Angle 2} = 53$.
4. Non, car $100^\circ + 95^\circ = 195^\circ > 180^\circ$. Le troisième angle calculé serait négatif, ce qui est impossible pour un triangle.

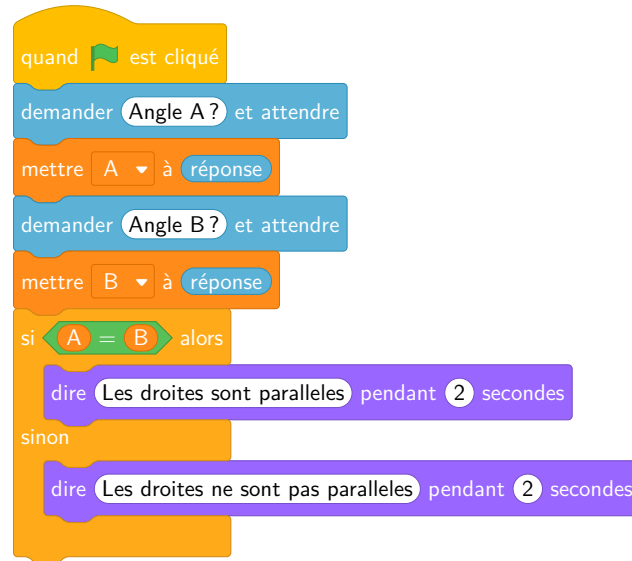
Exercice 26 Scratch : tester un parallélisme

Modéliser

Raisonner

Calculer

On saisit les mesures de deux angles alternes-internes déjà identifiés sur une figure.



1. Quelle propriété permet de justifier la première réponse du programme ?
2. Pourquoi peut-on aussi conclure que les droites ne sont pas parallèles lorsque les deux mesures sont différentes ?
3. Que répond le programme pour $A = 72$ et $B = 72$, puis pour $A = 72$ et $B = 70$?

**Corrigé**

1. Si deux angles alternes-internes ont la même mesure, alors les deux droites sont parallèles : c'est la réciproque de la propriété du cours.
2. Si les droites étaient parallèles, les deux angles alternes-internes auraient la même mesure. Comme leurs mesures sont différentes, les droites ne sont pas parallèles.
3. Pour 72 et 72, le programme annonce que les droites sont parallèles. Pour 72 et 70, il annonce qu'elles ne sont pas parallèles.

Thème VII

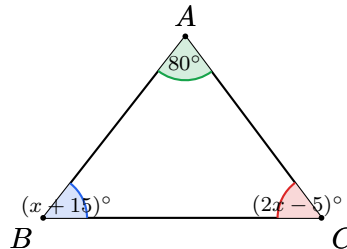
Now we can talk

Exercice 27 ★ Now we can talk : angles avec des lettres

Raisonner

Calculer

Dans le triangle ABC , on a $\widehat{ABC} = (x + 15)^\circ$, $\widehat{BCA} = (2x - 5)^\circ$ et $\widehat{CAB} = 80^\circ$.



1. Ecrire une égalité avec x .
2. Calculer x .
3. Calculer $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$.
4. Calculer d , la différence entre le plus grand et le plus petit angle.



Corrigé

1. Dans un triangle, la somme des angles vaut 180° . On obtient :

$$(x + 15) + (2x - 5) + 80 = 180.$$

2. On résout :

$$(x + 15) + (2x - 5) + 80 = 180 \iff 3x + 90 = 180 \iff 3x = 90 \iff x = 30.$$

Donc $x = 30$.

3. Les trois angles mesurent :

$$x + 15 = 30 + 15 = 45^\circ,$$

$$2x - 5 = 2 \times 30 - 5 = 55^\circ,$$

et

$$80^\circ.$$

4. Le plus grand angle mesure 80° et le plus petit mesure 45° . Donc :

$$d = 80 - 45 = 35.$$

Ainsi, $d = 35^\circ$.

Exercice 28 ★ ★ Now we can talk : enchaîner trois propriétés

Raisonner

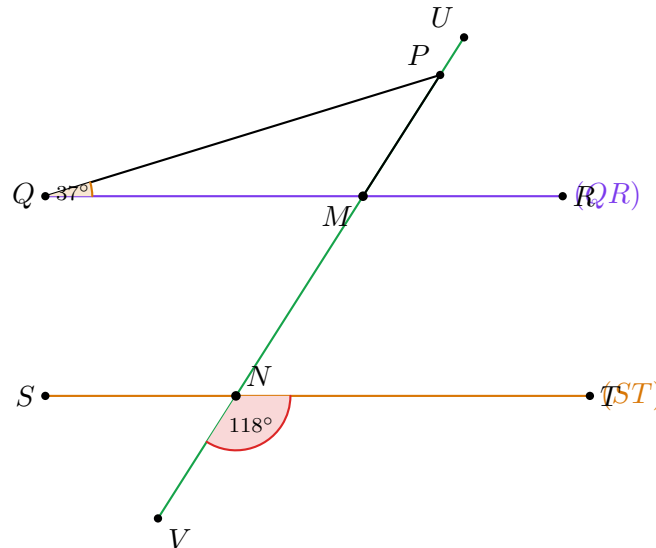
Calculer

Communiquer

Les droites (QR) et (ST) sont parallèles. La sécante (UV) les coupe en M et N . Les points U, M, N, V sont alignés. On donne

$$\widehat{TNV} = 118^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{MQP} = 37^\circ,$$

avec P situé sur la demi-droite $[MU)$.



1. Calculer $\widehat{RMN}$ en utilisant les angles correspondants.
2. En déduire $\widehat{QMP}$ en utilisant les angles opposés par le sommet.
3. Calculer $\widehat{QPM}$ dans le triangle QMP .


Corrigé

1. Comme $(QR) \parallel (ST)$, les angles correspondants $\widehat{RMN}$ et $\widehat{TNV}$ ont la même mesure. Donc $\boxed{\widehat{RMN} = 118^\circ}$.
2. Les angles $\widehat{RMN}$ et $\widehat{QMP}$ sont opposés par le sommet. Ainsi $\boxed{\widehat{QMP} = 118^\circ}$.
3. Dans le triangle QMP :

$$\begin{aligned} \widehat{QPM} &= 180^\circ - \widehat{QMP} - \widehat{MQP} \\ &= 180^\circ - 118^\circ - 37^\circ \end{aligned}$$

$$\boxed{\widehat{QPM} = 25^\circ}$$

Exercice 29 ★★ ★ **Now we can talk : figure à trois étapes**

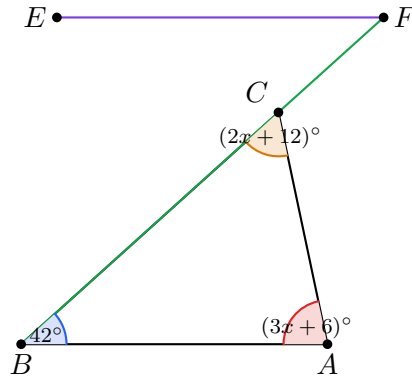
Raisonnement

Calculer

Communiquer

On suppose que $(AB) \parallel (EF)$. Les points B , C et F sont alignés. Dans le triangle ABC , on donne

$$\widehat{ABC} = 42^\circ, \quad \widehat{BAC} = (3x + 6)^\circ, \quad \widehat{ACB} = (2x + 12)^\circ.$$



1. Utiliser la somme des angles du triangle ABC pour calculer x .
2. En déduire $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$.
3. Nommer l'angle alterne-interne à $\widehat{ABC}$ formé au point F , puis calculer sa mesure.
4. Calculer $d = \widehat{BAC} + \widehat{ACB} - \widehat{ABC}$.


Corrigé

1. Dans le triangle ABC :

$$(3x + 6) + 42 + (2x + 12) = 180$$

$$5x + 60 = 180$$

$$5x = 120$$

$$\boxed{x = 24}$$

2. $\widehat{BAC} = 78^\circ$ et $\widehat{ACB} = 60^\circ$.

3. Comme $(AB) \parallel (EF)$ et que (BF) est une sécante, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{EFC}$ sont alternes-internes.

Donc $\boxed{\widehat{EFC} = 42^\circ}$.

4. $d = 78^\circ + 60^\circ - 42^\circ = \boxed{96^\circ}$.

↩ **Fin du TD** ↪