

TD – EXERCICES

Chapitre 4 – TD

Angles et parallélisme

Version sujet – Version imprimable

Sommaire du TD

I	Vocabulaire des angles	2
II	Angles alternes-internes	4
III	Angles correspondants	7
IV	Somme des angles d'un triangle	10
V	Figures en plusieurs étapes	12
VI	Algorithmique Scratch	14
VII	Now we can talk	15

Objectifs

- Reconnaître la nature d'un angle et utiliser le vocabulaire : angles adjacents, opposés par le sommet, complémentaires, supplémentaires et bissectrice.
- Identifier et nommer avec trois lettres des angles alternes-internes et correspondants.
- Utiliser les propriétés et leurs réciproques pour calculer une mesure ou démontrer un parallélisme.
- Utiliser les propriétés liant parallélisme et perpendicularité.
- Calculer des angles dans un triangle et enchaîner plusieurs propriétés.
- Utiliser des expressions avec des lettres dans des calculs d'angles.
- Lire et interpréter de petits programmes Scratch liés aux angles.

Thème I

Vocabulaire des angles

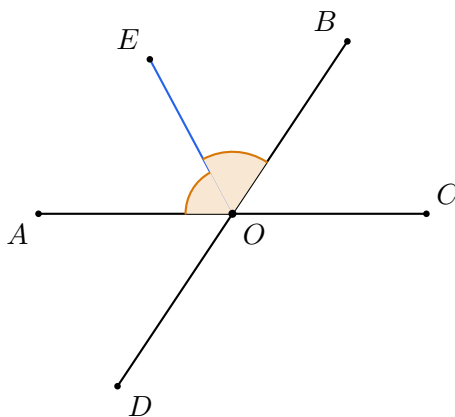
Exercice 1 Vocabulaire et nature des angles

Connaître

Raisonner

Communiquer

On considère la figure suivante. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O et la demi-droite $[OE)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.



1. Nommer un angle opposé par le sommet à $\widehat{AOB}$.
2. Nommer deux angles adjacents de la figure.
3. Que peut-on dire des angles $\widehat{AOE}$ et $\widehat{EOB}$? Justifier.
4. Si $\widehat{AOB} = 124^\circ$, calculer $\widehat{AOE}$ puis $\widehat{COD}$.
5. Donner la nature de l'angle $\widehat{AOB}$ et de l'angle $\widehat{AOE}$.

Exercice 2 Angles complémentaires et supplémentaires

Connaître

Calculer

Raisonner

1. Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont complémentaires et $\widehat{AOB} = 38^\circ$. Calculer $\widehat{BOC}$.
2. Les angles $\widehat{DEF}$ et $\widehat{FEG}$ sont supplémentaires et $\widehat{DEF} = 116^\circ$. Calculer $\widehat{FEG}$.
3. Deux angles complémentaires $\widehat{HIJ}$ et $\widehat{JIK}$ mesurent respectivement z° et $(z + 24)^\circ$. Calculer z , puis les deux mesures.
4. Deux angles supplémentaires sont-ils obligatoirement adjacents? Justifier votre réponse.

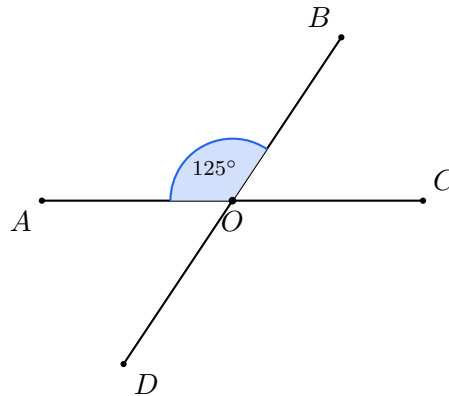
Exercice 3 [!] **Bilan Angles opposés par le sommet**

Raisonner

Calculer

Communiquer

Les droites (AC) et (BD) se coupent en O . On sait que $\widehat{AOB} = 125^\circ$.



1. Calculer $\widehat{COD}$ et justifier.
2. Calculer $\widehat{BOC}$ et justifier.
3. En déduire $\widehat{AOD}$ sans nouveau calcul.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 4, page 3.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 5, page 3.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 4 [+] **Consolidation Angles opposés par le sommet**

Raisonner

Calculer

Communiquer

Les droites (EG) et (FH) se coupent en I . On sait que $\widehat{EIF} = 68^\circ$.

1. Calculer $\widehat{GIH}$ et justifier.
2. Calculer $\widehat{FIG}$ et justifier.
3. En déduire $\widehat{HIE}$ sans nouveau calcul.

Exercice 5 [*] **Approfondissement Angles supplémentaires avec une inconnue**

Raisonner

Calculer

Les points A , O et C sont alignés. La demi-droite $[OB)$ est située dans le même demi-plan que la figure et :

$$\widehat{AOB} = (x + 18)^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{BOC} = (x + 42)^\circ.$$

1. Expliquer pourquoi $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont supplémentaires.
2. Calculer x .
3. Calculer les deux mesures d'angles et vérifier le résultat.

Thème II

Angles alternes-internes

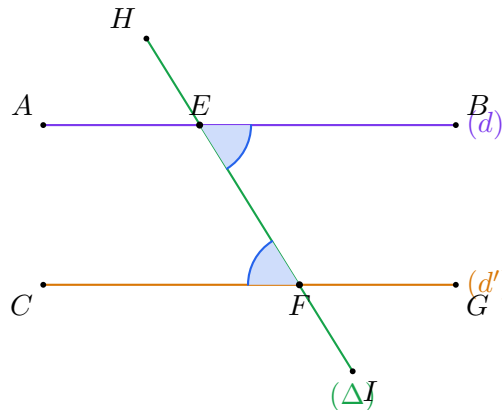
Exercice 6 Reconnaître des angles alternes-internes

Connaître

Représenter

Communiquer

Les droites (AB) et (CG) sont coupées par la sécante (HI) en E et F .



1. Nommer avec trois lettres les deux angles coloriés.
2. Expliquer pourquoi ces deux angles sont alternes-internes.
3. Donner deux mesures possibles de ces angles permettant de conclure que $(d) \parallel (d')$.
4. Donner deux mesures possibles permettant au contraire de conclure que (d) et (d') ne sont pas parallèles.

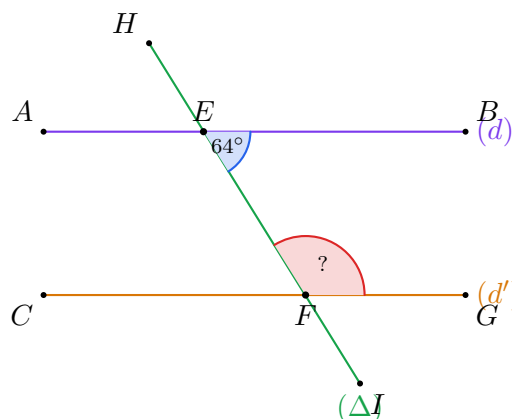
Exercice 7 Utiliser des angles alternes-internes

Raisonnement

Calculer

Communiquer

On suppose que $(d) \parallel (d')$. Les points C , F et G sont alignés et $\widehat{BEF} = 64^\circ$.



1. Calculer $\widehat{EFC}$ en justifiant la propriété utilisée.
2. En déduire $\widehat{EFG}$.
3. La mesure de $\widehat{EFG}$ aurait-elle pu être obtenue directement par une propriété d'angles correspondants ? Justifier.

Exercice 8 **[!] Bilan Angles alternes-internes**

Raisonner

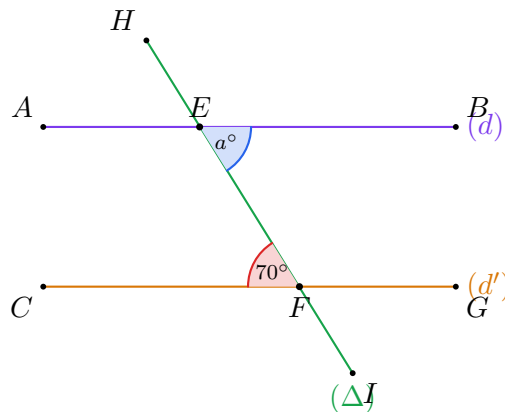
Calculer

Communiquer

Les droites (d) et (d') sont coupées par la sécante (Δ) . Les points A, E, B sont alignés, les points C, F, G sont alignés et les points H, E, F, I sont alignés.

On sait que

$$\widehat{EFC} = 70^\circ.$$



1. Que dire des angles $\widehat{BEF}$ et $\widehat{EFC}$?
2. Peut-on, avec les seules informations données, affirmer que $(d) \parallel (d')$? Justifier.
3. On suppose que $\widehat{BEF} = 69,99^\circ$. Que peut-on dire des droites (d) et (d') ?
4. On suppose maintenant que $(d) \parallel (d')$. Calculer $\widehat{BEF}$ en justifiant.
5. Dans cette dernière situation, on sait aussi que $\widehat{BEF} = (3x + 10)^\circ$. Calculer x .

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 9, page 6.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 10, page 6.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 9 **[+] Consolidation Angles alternes-internes**

Raisonnement

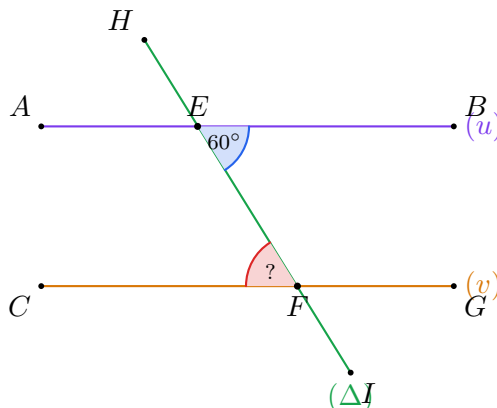
Calculer

Communiquer

Les droites (u) et (v) sont coupées par la sécante (Δ) . Les points A, E, B sont alignés, les points C, F, G sont alignés et les points H, E, F, I sont alignés.

On sait que

$$\widehat{BEF} = 60^\circ.$$



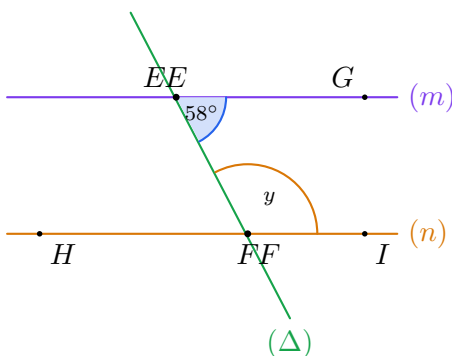
1. Que dire des angles $\widehat{BEF}$ et $\widehat{EFC}$?
2. Peut-on, avec les seules informations données, affirmer que $(u) \parallel (v)$? Justifier.
3. On suppose que $\widehat{EFC} = 60^\circ$. Que peut-on dire des droites (u) et (v) ?
4. On suppose maintenant que $(u) \parallel (v)$. Calculer $\widehat{EFC}$ en justifiant.
5. Dans cette dernière situation, on sait aussi que $\widehat{EFC} = (2x + 20)^\circ$. Calculer x .

Exercice 10 **[*] Approfondissement Angles alternes-internes**

Raisonnement

Calculer

On suppose que $(m) \parallel (n)$. On a $\widehat{FEG} = 58^\circ$ et $\widehat{IFE} = y^\circ$.



Calculer la mesure de l'angle $\widehat{IFE}$.

Thème III

Angles correspondants

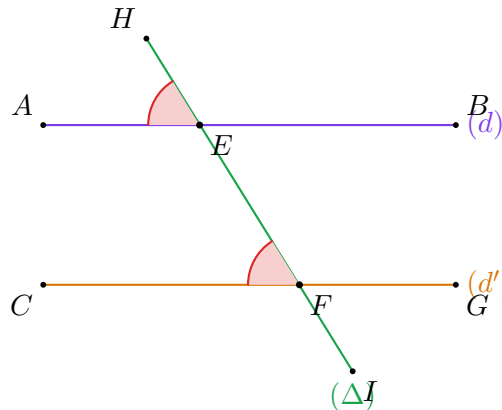
Exercice 11 Reconnaître des angles correspondants

Connaître

Représenter

Communiquer

Les droites (AB) et (CG) sont coupées par la sécante (HI) en E et F .



1. Nommer avec trois lettres les deux angles coloriés.
2. Expliquer pourquoi ils sont correspondants.
3. Quelle condition sur leurs mesures permet de démontrer que $(d) \parallel (d')$?
4. Nommer une autre paire d'angles correspondants de la figure.

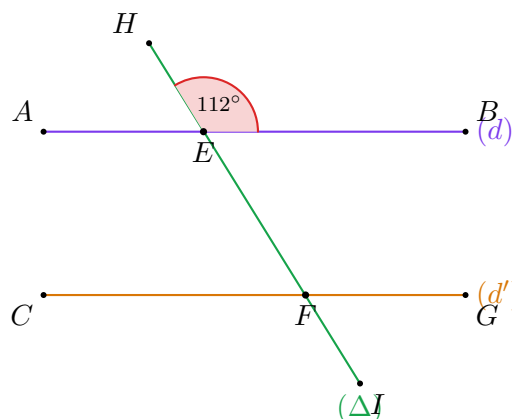
Exercice 12 Utiliser des angles correspondants

Raisonner

Calculer

Communiquer

On suppose que $(d) \parallel (d')$. Les points A , E et B sont alignés et on sait que $\widehat{BEH} = 112^\circ$.



1. Calculer $\widehat{AEH}$.
2. En utilisant les angles correspondants, calculer $\widehat{EFC}$.
3. En déduire $\widehat{EFG}$.

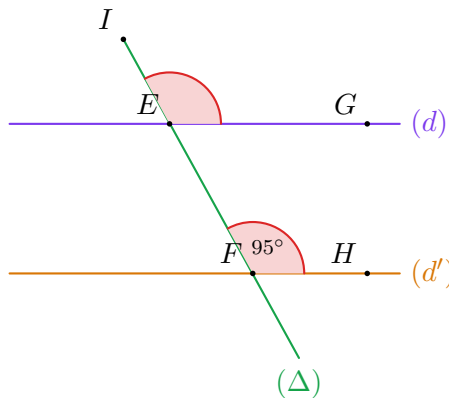
Exercice 13 [!] **Bilan Angles correspondants**

Raisonner

Calculer

Communiquer

On suppose que $(d) \parallel (d')$. On a $\widehat{GEI} = 2z + 15^\circ$ et $\widehat{HFE} = 95^\circ$.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GEI}$. Justifier.
2. En déduire z .

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 14, page 8.
Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

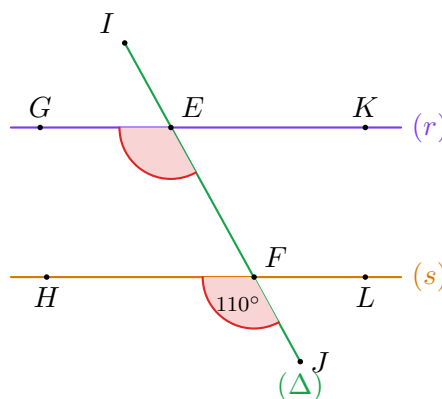
Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 15, page 9.
Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 14 [+] **Consolidation Angles correspondants**

Raisonner

Calculer

On suppose que $(r) \parallel (s)$. On a $\widehat{GEF} = 4u - 10^\circ$ et $\widehat{HFL} = 110^\circ$.



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GEF}$. Justifier.
2. En déduire u .

Exercice 15 [*] **Approfondissement Angles correspondants**

Raisonner

Calculer

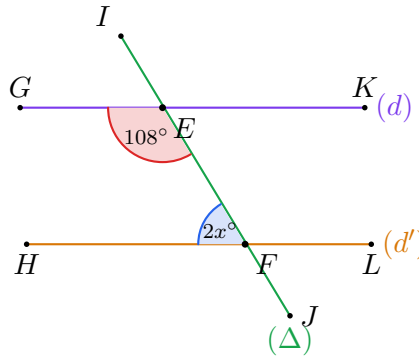
Communiquer

Les droites (d) et (d') sont coupées par la sécante (Δ) . Les points G, E, K sont alignés, les points H, F, L sont alignés et les points I, E, F, J sont alignés.

On sait que

$$\widehat{FEG} = 108^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{HFE} = (2x)^\circ.$$

Déterminer x pour que les droites (d) et (d') soient parallèles.


Exercice 16 **Parallélisme et perpendicularité**

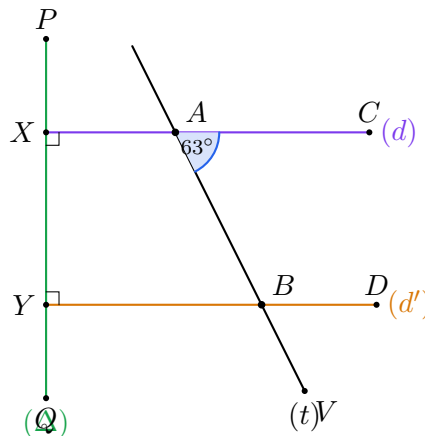
Raisonner

Calculer

Communiquer

Les droites (d) et (d') sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (Δ) . La sécante (t) coupe (d) en A et (d') en B . Le point V appartient à (t) , au-delà de B .

On donne $\widehat{CAB} = 63^\circ$.



1. Démontrer que $(d) \parallel (d')$.
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DBV}$.

Thème IV

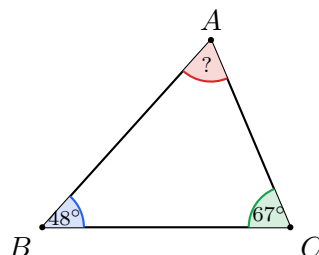
Somme des angles d'un triangle

Exercice 17 Somme des angles d'un triangle

Connaître

Calculer

Dans le triangle ABC , on a $\widehat{ABC} = 48^\circ$ et $\widehat{ACB} = 67^\circ$.



1. Quelle est la somme des angles d'un triangle ?
2. Calculer $\widehat{BAC}$.
3. Calculer l'angle supplémentaire de $\widehat{BAC}$.

Exercice 18 Triangle avec une inconnue

Raisonnement

Calculer

Dans le triangle ABC , on sait que :

$$\widehat{ABC} = x^\circ, \quad \widehat{BCA} = (x + 20)^\circ, \quad \widehat{CAB} = 70^\circ.$$

1. Ecrire l'égalité qui traduit la somme des angles du triangle ABC .
2. Calculer x .
3. Donner les mesures des trois angles et vérifier leur somme.

Exercice 19 [!] Bilan Somme des angles

Raisonnement

Calculer

Communiquer

Dans un triangle MNP , on sait que $\widehat{MNP} = 3x + 5^\circ$, $\widehat{MPN} = 2x + 10^\circ$ et $\widehat{NMP} = 65^\circ$.

1. Ecrire une égalité permettant de calculer x .
2. Calculer x .
3. Calculer les mesures des trois angles.
4. Rédiger la propriété utilisée.

Parcours A – Consolider

Si l'exercice bilan n'est pas encore réussi, faire l'exercice 20, page 11.

Objectif : refaire un exercice très proche avec d'autres valeurs.

Parcours B – Approfondissement

Si l'exercice bilan est réussi, faire l'exercice 21, page 11.

Objectif : mobiliser les mêmes compétences dans une situation moins guidée.

Exercice 20 **[+]** Consolidation Somme des angles

Raisonner

Calculer

Communiquer

Dans un triangle RST , on sait que

$$\widehat{RST} = (2y + 10)^\circ, \quad \widehat{RTS} = (3y + 5)^\circ, \quad \widehat{SRT} = 65^\circ.$$

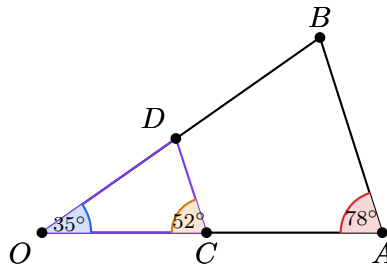
1. Ecrire une égalité permettant de calculer y .
2. Calculer y .
3. Calculer les mesures des trois angles.
4. Rédiger la propriété utilisée.

Exercice 21 **[*]** Approfondissement Plusieurs triangles

Raisonner

Calculer

Deux triangles partagent un angle de 35° . Dans le premier triangle, un autre angle mesure 78° . Dans le second, un autre angle mesure 52° .



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ODC}$.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OBA}$.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DCA}$.

Thème V

Figures en plusieurs étapes

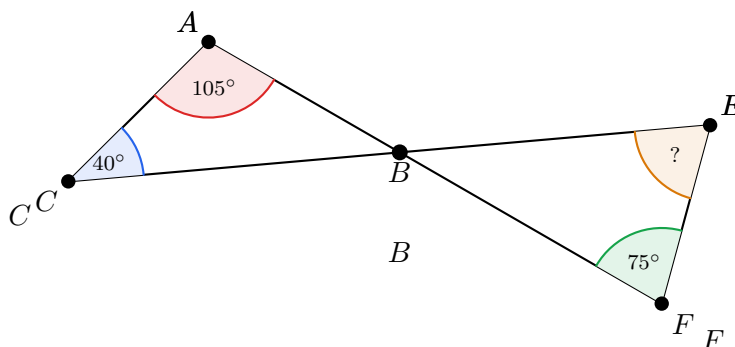
Exercice 22 Figure à plusieurs étapes

Raisonner

Calculer

Communiquer

Dans la figure, B est le point d'intersection de deux droites. On donne $\widehat{CAB} = 105^\circ$, $\widehat{ACB} = 40^\circ$ et $\widehat{BFE} = 75^\circ$ dans le triangle de droite.



Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BEF}$.

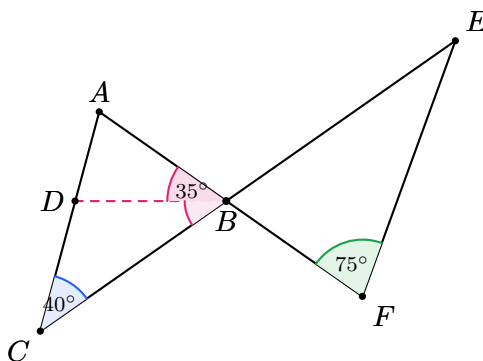
Exercice 23 [*] Figure à plusieurs étapes

Raisonner

Calculer

Communiquer

Dans la figure à main levée suivante, B est le point d'intersection des droites (AF) et (EC) . Le point D appartient au segment $[AC]$ et la demi-droite $[BD)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, c'est à dire qu'elle partage cet angle en deux angles de même mesure. On donne $\widehat{ABD} = 35^\circ$, $\widehat{ACB} = 40^\circ$ et $\widehat{BFE} = 75^\circ$.



1. a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{EBF}$.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BEF}$.
3. Les droites (AC) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice 24 Une figure avec parallèles

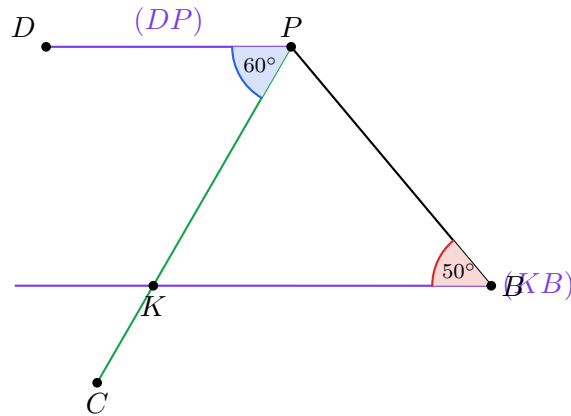
Raisonner

Calculer

Communiquer

Dans la figure ci-dessous, les droites (DP) et (KB) sont parallèles. Les points P , K et C sont alignés. On donne

$$\widehat{DPC} = 60^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{PBK} = 50^\circ.$$



1. Calculer $\widehat{PKB}$ en justifiant.
2. En déduire $\widehat{BPK}$.

Thème VI

Algorithmique Scratch

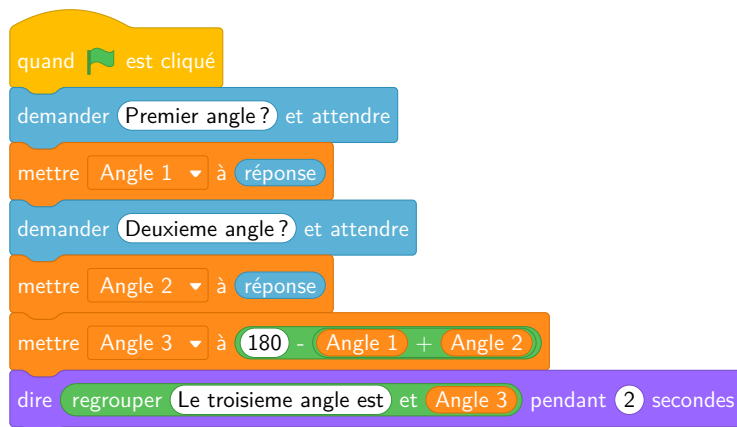
Exercice 25 Scratch : somme des angles d'un triangle

Modéliser

Calculer

Raisonnement

On considère le programme Scratch suivant.



1. Expliquer pourquoi l'instruction qui calcule *Angle 3* traduit la propriété du cours.
2. Quel résultat affiche le programme si *Angle 1* = 47 et *Angle 2* = 68 ?
3. Le programme affiche 55. Si *Angle 1* = 72, quelle valeur a-t-on saisie pour *Angle 2* ?
4. Peut-on saisir 100 puis 95 pour obtenir les angles d'un triangle ? Expliquer sans exécuter le programme.

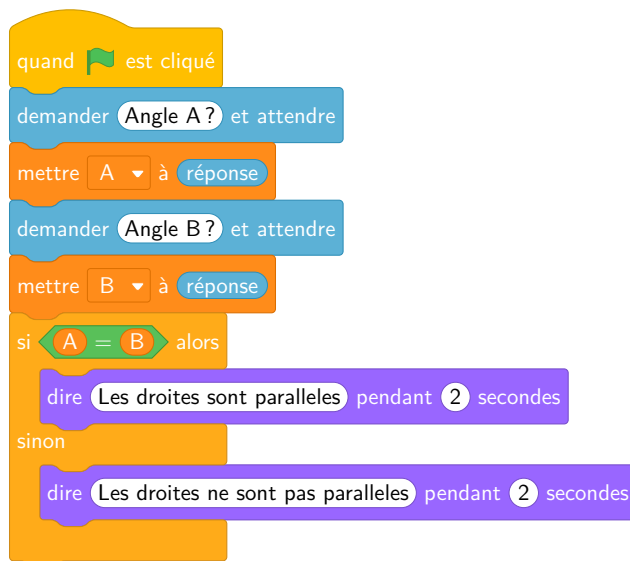
Exercice 26 Scratch : tester un parallélisme

Modéliser

Raisonnement

Calculer

On saisit les mesures de deux angles alternes-internes déjà identifiés sur une figure.



1. Quelle propriété permet de justifier la première réponse du programme ?
2. Pourquoi peut-on aussi conclure que les droites ne sont pas parallèles lorsque les deux mesures sont différentes ?
3. Que répond le programme pour $A = 72$ et $B = 72$, puis pour $A = 72$ et $B = 70$?

Thème VII

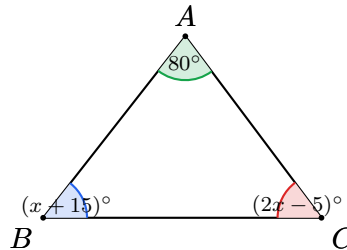
Now we can talk

Exercice 27 ★ Now we can talk : angles avec des lettres

Raisonner

Calculer

Dans le triangle ABC , on a $\widehat{ABC} = (x + 15)^\circ$, $\widehat{BCA} = (2x - 5)^\circ$ et $\widehat{CAB} = 80^\circ$.



1. Ecrire une égalité avec x .
2. Calculer x .
3. Calculer $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{CAB}$.
4. Calculer d , la différence entre le plus grand et le plus petit angle.

Exercice 28 ★★ Now we can talk : enchaîner trois propriétés

Raisonner

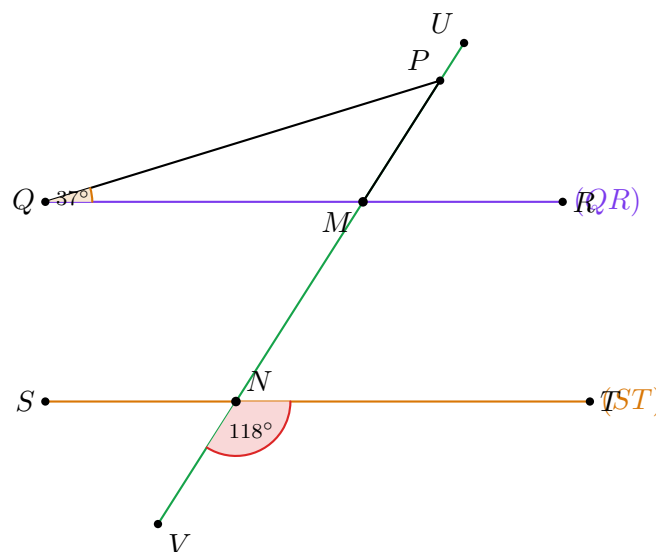
Calculer

Communiquer

Les droites (QR) et (ST) sont parallèles. La sécante (UV) les coupe en M et N . Les points U , M , N , V sont alignés. On donne

$$\widehat{TNV} = 118^\circ \quad \text{et} \quad \widehat{MQP} = 37^\circ,$$

avec P situé sur la demi-droite $[MU)$.



1. Calculer $\widehat{RMN}$ en utilisant les angles correspondants.
2. En déduire $\widehat{QMP}$ en utilisant les angles opposés par le sommet.
3. Calculer $\widehat{QPM}$ dans le triangle QMP .

Exercice 29 ★ ★ ★ **Now we can talk : figure à trois étapes**

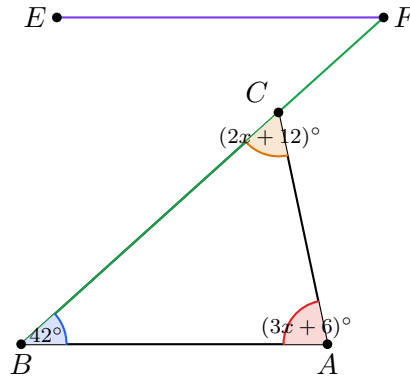
Raisonner

Calculer

Communiquer

On suppose que $(AB) \parallel (EF)$. Les points B , C et F sont alignés. Dans le triangle ABC , on donne

$$\widehat{ABC} = 42^\circ, \quad \widehat{BAC} = (3x + 6)^\circ, \quad \widehat{ACB} = (2x + 12)^\circ.$$



1. Utiliser la somme des angles du triangle ABC pour calculer x .
2. En déduire $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$.
3. Nommer l'angle alterne-interne à $\widehat{ABC}$ formé au point F , puis calculer sa mesure.
4. Calculer $d = \widehat{BAC} + \widehat{ACB} - \widehat{ABC}$.

↩ **Fin du TD** ↪